

MÉMOIRE
SUR
L'APPLICATION
DES RÈGLES LOGARITHMIQUES

AU
CALCUL DES TERRASSEMENTS

PAR M. LE BRUN (RAYMOND)

AVANT-PROPOS

Le nombre et le nom des Ingénieurs qui se sont occupés de simplifier le calcul des terrassements, démontre suffisamment l'importance qu'on a toujours attachée à la solution de ce problème. Mais quel que soit leur mérite, les méthodes en usage laissent à désirer, soit qu'elles soient établies dans des limites trop restreintes pour un petit nombre de cas, soit que leur emploi soit incertain ou fatigant.

Ayant eu en 1878 à rechercher quelle était celle de ces méthodes qui conciliait le mieux la rapidité du calcul avec une approximation suffisante, j'ai été amené à employer les échelles logarithmiques qui satisfont d'une manière remarquable à toutes les données du problème.

Dans cette voie, je devais nécessairement retomber sur la théorie des anamorphoses de M. Léon Lalanne dont on retrouve le nom dans toutes les méthodes de calcul graphique; la graduation des échelles reposant sur les mêmes principes que de celle de ses tableaux graphiques si répandus, j'ai dû rechercher s'il n'avait pas eu avant moi l'idée d'employer les échelles logarithmiques

pour cet usage. J'ai trouvé en effet dans ses instructions de 1851 sur la règle à calcul : *On pourrait établir une règle de l'Ingénieur-Constructeur des voies de communication à l'aide de laquelle on ferait avec une extrême facilité les calculs de terrassements*, mais à ma connaissance cette idée n'a pas été réalisée.

Trois ans après la première application que j'en ai faite, application qui du reste n'a été connue que d'un petit nombre d'ingénieurs, M. Blum (n° de mars 1881 des *Annales des Ponts et Chaussées*) avait indiqué l'emploi des règles en papier pour faciliter la lecture des tableaux graphiques de surfaces et signalait la possibilité de se servir d'une règle logarithmique en bois pour le calcul des *surfaces* de profils, à établir d'après les principes exposés par M. Lalanne en 1850, sans indiquer toutefois la disposition qu'on pourrait lui donner; dans une note, le comité de rédaction ajoutait que cette idée déjà émise par M. Toulon ne pourrait avoir d'effet utile que par la construction d'un instrument établi pour chaque gabarit spécial, ce qui équivaldrait à une quasi-impossibilité pratique.

On peut éviter cet inconvénient au moyen d'un petit artifice de calcul. L'instrument que nous avons établi donnant d'un seul mouvement soit les *emprises*, soit les *surfaces* et les *volumes* pour tous les cas que l'on rencontre dans la pratique, se réduit à une simple réglette que l'on adapte à la règle à calcul servant en même temps aux études au tachéomètre, et aux calculs algébriques. L'approximation qu'elle permet d'obtenir est bien supérieure à celle que comporte la nature du problème et le temps employé n'est guère que le tiers des anciennes méthodes les plus rapides.

Nous avons à remercier MM. Carpentier et Violet, membres de la Société, qui ont bien voulu se charger de la construction de la règle, ainsi que nos camarades MM. Vallot et Renaudin qui nous ont aidés dans les longs et fastidieux calculs de la graduation des 19 échelles tracées sur la règle.

La discussion des formules peut faire paraître la théorie, quoique très simple au fond, trop compliquée pour confier les calculs à des agents secondaires. L'application dégagée des considérations théoriques en est, au contraire, assez facile pour que nous ayons pu faire exécuter pratiquement ces calculs, de même que ceux des carnets de tachéomètre, au bout de quelques heures d'apprentissage, par des agents n'ayant reçu qu'une éducation primaire.

CHAPITRE I

Calcul des terrassements

§ 1. — FORMULES GÉNÉRALES

Nous rappellerons en quelques mots les principes à peu près universellement admis pour le calcul des terrassements.

La surface du sol échappe sauf de rares exceptions à toute loi géométrique, mais on admet qu'elle est définie avec une approximation suffisante, par la détermination d'un nombre de points assez rapprochés pour qu'on puisse l'assimiler entre quatre quelconques de ces points à une surface gauche engendrée par une droite EH (fig. 1) s'appuyant sur deux directions EF, GH, qu'elle divise en parties proportionnelles.

Dès lors le solide déterminé par le cube des terres remuées peut être décomposé en un certain nombre de prismes droits ou tronqués et de pyramides dont on peut calculer tous les éléments.

Sans nous arrêter à la discussion des formules générales, nous examinerons le cas le plus ordinaire de la pratique dans lequel la base ABCD est un rectangle.

On sait que le volume ainsi défini est donné par la formule

$$V = ad \frac{h + h' + h'' + h'''}{4}$$

que l'on peut mettre sous la forme

$$V = a \frac{h + h'}{2} \times \frac{d}{2} + a \frac{h'' + h'''}{2} \times \frac{d}{2} \quad (1)$$

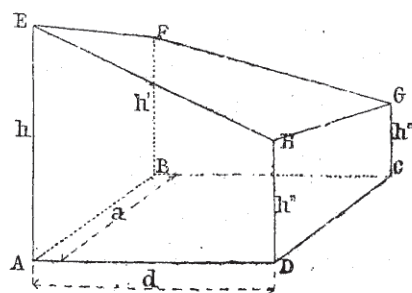


Fig. 1.

Or, $a \frac{h + h'}{2}$ est la surface du profil AEFB, $a \frac{h'' + h'''}{2}$ est la surface du profil DCGH d'où le théorème fondamental :

Le volume compris entre deux profils est égal à la somme des volumes obtenus en multipliant la surface de chaque profil par la demi-distance qui les sépare.

§ 2. — MÉTHODE DES PROFILS EN TRAVERS

Les éléments des voies de communication sont définis dans les projets :

1° — Par le tracé de l'axe composé d'une série d'alignements droits ou courbes. Le développement du cylindre vertical passant par cette ligne, constitue le *profil en long*.

2° — Par une série de coupes menées par des plans verticaux normaux au profil en long, dont la distance doit être assez faible pour donner une représentation suffisamment approchée du terrain. Ce sont les *profils en travers*.

On suppose que le terrain entre deux quelconques de ces profils est limité par la surface gauche engendrée par une droite se mouvant parallèlement au plan du profil en long et s'appuyant sur les lignes du profil en travers.

En courbe, le profil en long se trouvant sur un cylindre vertical, on suppose que la génération de la surface est la même qu'en alignement droit sur le cylindre développé.

En ramenant le cylindre à sa position vraie, les génératrices se sont transformées en hélices tracées sur des cylindres verticaux parallèles à celui du profil en long.

Les surfaces du terrain se trouvant ainsi géométriquement définies, il devient possible de résoudre les divers problèmes qui constituent l'étude complète du projet.

Nous nous occuperons seulement du volume des terrassements.

On décompose le volume compris entre deux profils au moyen de plans verticaux parallèles à l'axe, en un certain nombre de solides à bases rectangulaires, trapézoïdales ou triangulaires, que l'on peut calculer au moyen des formules générales ; mais ce calcul est long, très pénible, aussi ne l'emploie-t-on que pour les règlements défini-

tifs de terrassements dont le prix unitaire est très élevé, et jamais aux études des projets.

Aussi admet-on, dans presque toutes les administrations, les hypothèses suivantes :

1° — Les alignements courbes étant presque toujours circulaires, les solides engendrés sont des solides de révolution dont le volume, si la section restait constante, serait le produit de la surface méridienne par la longueur de l'arc passant par le centre de gravité.

Dans la pratique on prend pour longueur de l'arc, la longueur mesurée sur le profil en long, bien que le centre de gravité de la surface soit bien rarement sur cet axe.

2° — On admet comme vraie la formule (1) quelle que soit la forme du profil.

Cherchons l'erreur commise par cette hypothèse. Soient ABCD, MNPQ, deux profils de surface S et S', séparés par une distance $AM = d$.

Nous supposons la largeur $a = AB$ du gabarit constante.

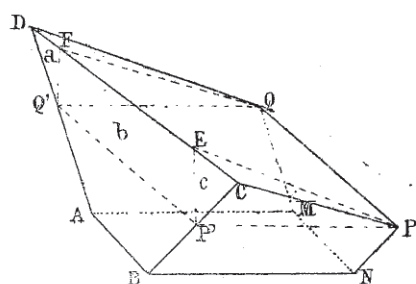


Fig. 2.

Par l'horizontale PP' et la ligne PQ menons le plan PP' . Nous décomposons le volume donné en 2 autres, le prisme droit NQ' qui a pour mesure

$$v = S'd$$

Le second $PDCQP'Q'$ que nous décomposerons lui-même en 3 autres en menant des plans

verticaux par les droites PP' , QQ' .

Le quadrilatère $CDP'Q'$ est divisé par les traces de ces plans en 3 figures a, b, c , dont la somme a pour valeur $a + b + c = S - S'$.

La formule (4) (page 154) nous donne pour le volume $PQP'Q'EF$, prisme tronqué à base rectangulaire terminé par une surface réglée

$$v_1 = \frac{bd}{2}$$

Les volumes $QQ'DF$, $PP'CE$ sont des pyramides triangulaires ayant pour mesure :

$$v_2 = \frac{ad}{3}$$

$$v_3 = \frac{cd}{3}$$

Le volume total est donc égal à

$$V = S'd + \frac{bd}{2} + \frac{ad}{3} + \frac{cd}{3} = \frac{d}{6} \{6S' + b + 2(S - S')\}$$

Le volume donné par la formule approchée a pour mesure

$$V' = \frac{S + S'}{2} d$$

Faisant la différence, on trouve

$$V' - V = \frac{d}{6} (a + c)$$

Les formules adoptées dans la pratique donnent donc un volume approché par excès, et l'erreur est égale à la moitié des volumes des pyramides obtenues en décomposant le solide par des plans verticaux parallèles au profil en long.

3°. — Dans le cas de passage de remblai à déblai, si la ligne du terrain est horizontale dans les deux profils, la ligne de passage sera une droite parallèle au plan des profils, et sa distance au profil S sera donnée par la formule

$$d = \frac{h \times AA'}{h + h'} \quad (2)$$

Le volume aura pour mesure

$$V = S \frac{d}{2}$$

Si le terrain est en pente transversale, la ligne de passage OO' devient oblique, et on devrait avoir recours à une décomposition en prismes et pyramides, mais pour abréger les calculs, on admet que la distance moyenne d est proportionnelle aux surfaces S et S' des deux profils, et donnée par la formule

$$d = \frac{SL}{S + S'} \quad (3)$$

La formule donne le maximum d'erreur lorsque la figure ABo se réduit à un triangle. Le cube est toujours approché par excès.

Profils mixtes. — Les profils mixtes sont ceux (fig. 6, page 164) qui sont partie en déblai, partie en remblai.

Lorsque les parties en déblai et en remblai correspondent entre elles sur les deux profils consécutifs, on les traite comme si on

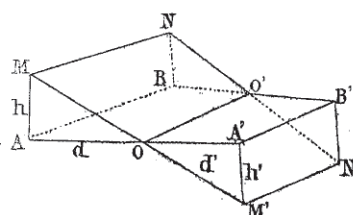


Fig. 3.

avait affaire à des profils séparés en déblai et en remblai, en multipliant les surfaces partielles par les demi-distances correspondantes.

Si au contraire la partie en déblai correspond à la partie en remblai dans les profils consécutifs, on calcule la distance applicable par la formule (3) (page 157).

Il y a lieu de faire les remarques suivantes :

— Le cube est toujours approché par excès, ce qui n'offre pas de grands inconvénients, surtout pour les avant-projets.

— Lorsque la pente longitudinale du terrain, dans le sens du profil en long est faible, les profils en travers, même dans le cas d'une pente transversale un peu forte, varient lentement de l'un à l'autre, on peut donc les espacer sans inconvénient.

— Lorsque la pente du terrain est forte dans le sens du profil en long, même lorsque la pente transversale est nulle, les profils en travers diffèrent beaucoup les uns des autres, il convient de les rapprocher.

— Nous ne parlerons pas des autres méthodes proposées pour évaluer le volume des terrassements, moins simples que la précédente, elles n'ont pas été adoptées.

La plus connue est celle imaginée par M. de Noël en 1836, substituant à la moyenne des profils, un profil médian pris au milieu de la longueur de chaque solide. Les résultats obtenus sont approchés par défaut.

CHAPITRE II

Calcul des surfaces des profils en travers et des largeurs d'emprise.

§ 1^{er}. — FORMULES DES PENTES MOYENNES

De ce qui précède il résulte que la principale opération du calcul des terrassements est le calcul des surfaces des profils en travers.

Pour simplifier cette opération extrêmement laborieuse quand le terrain est accidenté, on remplace les pentes variables de chaque côté de l'axe par une pente moyenne transversale, le demi-profil considéré aura donc la forme de la figure 5 (page 162).

Pour déterminer la surface ABCD on remarque que l'on connaît

$h = AC$ la cote rouge du projet;
 $t = Tg DBF = Tg \beta$ le talus choisi pour les terrassements;
 $p = Tg DCO = Tg \alpha$ la pente transversale du terrain;
 $a = AB$ la 1/2 largeur de la plate-forme.

Il s'agit de déterminer la largeur d'emprise $l = ED$
 la surface du quadrilatère $S = ABCD$

$$\text{or, on a } l = a + BF \quad BF = \frac{DF}{t} = \frac{h + CE}{t}$$

$$\text{d'où} \quad l = a + h \frac{1 + CE}{t}$$

d'un autre côté on a dans le triangle CED

$$CE = l \times p$$

$$\text{par suite} \quad l = \frac{h + at}{t - p} \quad (4)$$

La surface S est égale au trapèze AEDB moins le triangle CED

$$S = \frac{a + l}{2} \times (h + CE) - CE \times \frac{l}{2}$$

$$\text{d'où en simplifiant} \quad S = \frac{(at + h)^2}{2(t - p)} - \frac{a^2 t}{2} \quad (5)$$

La valeur de a est constante pour de longues sections de la voie étudiée, le valeur de t est ordinairement de 1 pour les déblais, de 0,667 pour les remblais, on peut donc considérer les profils comme déterminés par la pente moyenne p et la cote rouge h , et se dispenser de les rapporter pour les calculer.

Les méthodes imaginées pour abréger les calculs ont toutes pris comme base les formules précédentes, assez complexes, depuis les tables de Fourier jusqu'au profilomètre Ziégler. Elles se groupent en deux catégories bien distinctes, les tables numériques et les tableaux graphiques.

Les tables numériques comme celles de Coriolis 1836 et celles de Lefort 1861 donnent des résultats satisfaisants, mais elles sont calculées dans des limites de pentes ne dépassant pas 0,25 et ne s'ap-

pliquent qu'à un nombre de largeurs de plates-formes a restreint, et à deux inclinaisons de talus $t=1$ et $t=0,667$ usitées pour les déblais et remblais.

En France seulement il existe plus de 50 types différents de plates-formes pour les chemins de fer, sans compter les routes et les chemins vicinaux de toutes catégories. En poussant les tables jusqu'à $p=1,00$ on aurait pour la collection de ces tables, une véritable bibliothèque qui aurait encore l'inconvénient de ne se prêter à aucune variante.

Leur emploi n'est du reste pas très rapide.

Les tableaux graphiques, en première ligne desquels il faut citer ceux de M. L. Lalanne, inspecteur général des Ponts et Chaussées, et ensuite ceux de notre collègue, M. Rouit, ont l'inconvénient d'être peu exacts à moins d'être établis à une très grande échelle, de fatiguer beaucoup la vue par la multiplicité des lignes qui se croisent, enfin de se détériorer rapidement.

Il faut, de plus, les établir pour chaque cas particulier que l'on considère ; ces inconvénients sont assez graves pour rendre leur emploi pénible et incertain.

§ 2. — FORMULES DE LA COTE SUR L'AXE

Aussi, dans les calculs d'avant-projet, se contente-t-on souvent de calculer les terrassements par la méthode de la *cote sur l'axe*, dans laquelle on admet que le terrain est horizontal, ce qui revient

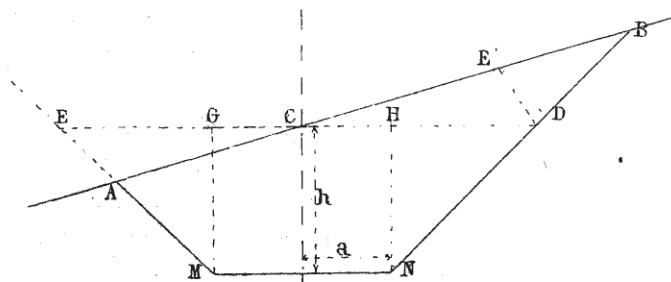


Fig. 4.

à supposer que le triangle AEC est égal au triangle CDB (fig. 4).

On néglige, en supposant la pente uniforme, le triangle E'DB dans lequel DE' est parallèle à AE ; lorsque la pente est forte l'erreur commise peut devenir importante.

La surface du trapèze EDMN a pour mesure

$$S = \frac{MN + ED}{2} \times h = \left(a + \frac{h}{t}\right) h = ah + \frac{h^2}{t}$$

fonction du 2^e degré dont on calcule facilement les valeurs par différences.

L'emprise ED a pour valeur

$$l = 2 \left(a + \frac{h}{t}\right)$$

Comme ces tableaux se calculent rapidement, que l'approximation est suffisante tant que les pentes ne dépassent pas 0^m,10, à défaut d'autres, cette méthode peut rendre certains services, mais il faut bien se garder de l'employer au delà de cette limite.

Nous avons eu en 1878 l'occasion de vérifier un tracé à flanc d'un coteau très abrupt, dont les calculs avaient été faits par ce procédé. L'erreur dépassait 20 0/0. Il a fallu remanier entièrement le tracé malgré de graves embarras, augmentés du mécompte causé par l'insuffisance des devis, c'est à la suite de ces difficultés que j'ai été amené à comparer les différentes méthodes en usage.

En discutant la formule (5)

$$S = \frac{(at + h)^2}{2(t - p)} - \frac{a^2 t}{2}$$

on a, en développant,

$$2pS - 2tS + a^2 tp + 3ath + 2h^2 = 0$$

et en posant $p = x$, $S = y$, on peut mettre sous la forme

$$2xy + a^2 tx - 2ty = 3ath + 2h^2.$$

Équation d'une hyperbole dont les asymptotes sont parallèles aux axes de coordonnées; leurs équations sont

$$\alpha = t \qquad \beta = -\frac{a^2 t}{2}$$

l'équation de la courbe rapportée à ses asymptotes prend la forme

$$x'y' = m^2$$

Habitué par les études au tachéomètre au profit que l'on tire de l'usage de la règle à calcul, il nous vint immédiatement à l'esprit que l'on pouvait au moyen d'une échelle spéciale employer ce nouveau mode de calcul. Une échelle fut improvisée en collant une bande de papier sur un de ces instruments; et en deux jours

$$\left. \begin{array}{l} GA = at \\ s' = GAB = \frac{a^2 t}{2} \\ H = GC = h + at \end{array} \right\} \text{ Valeurs constantes pour un même projet.}$$

Inconnues :

$$\begin{array}{ll} l = ED & \text{Largeur d'emprise.} \\ S = ABCD & \text{Surface du Demi-Profil.} \\ S' = GCD & \text{Triangle auxiliaire.} \end{array}$$

Dans le triangle GED nous aurons $lt = EG$.

Dans le triangle EDC on a $lp = EC$.

Retranchons membre à membre $l(t - p) = EG - EC = H$

$$\text{d'où} \quad l = \frac{H}{t - p} \quad (6)$$

la surface $S = ABCD$ du demi-profil est égale à la différence de deux triangles

$$S = GCD - GAB = S' - s'.$$

Mais si nous remarquons que le triangle $s' = GAB = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{a^2 t}{2}$

est constant pour toute la série de profils constituant un remblai ou un déblai, nous pouvons substituer au profil $ABCD$ le triangle $GCD = S'$, dont il ne diffère que par une constante.

Or, la surface du triangle considéré a pour mesure

$$S' = GCD = \frac{GC \times ED}{2} = \frac{lH}{2}$$

ou en remplaçant l par sa valeur

$$S' = \frac{H}{2} \times \frac{H}{t - p} = \frac{H^2}{2(t - p)}$$

que nous pouvons mettre sous forme d'une quatrième proportionnelle

$$S' = \frac{H^2}{t - p} 0,5 \quad (7)$$

Sous cette forme, on voit qu'en traçant sur la règle d'une règle à calcul une échelle logarithmique donnant les valeurs de $t - p$, correspondant aux différentes valeurs de la variable p , nous pourrions calculer la valeur de l'emprise, et celle du profil avec la même échelle $t - p$.

on a de plus

$$S_2 = \text{FBD} = \text{GCD} - (\text{GAB} - \text{CAF})$$

remarquant que

$$S' = \text{GCD} = \frac{H^2}{t-p} < 0,5$$

on aura

$$S_2 = S' + S_1 - s' \quad (9)$$

et

$$l = \frac{H}{t-p}$$

La constante s' s'appliquant à la série continue des profils considérés, on ne fera la soustraction qu'en une seule fois, en retranchant du volume total en déblai le volume du prisme ayant GAB comme base.

Les calculs sont donc extrêmement simples, et ne diffèrent des calculs du profil complet que par la somme des 2 nombres $S' + S_1$, qu'il convient d'écrire dans les imprimés au lieu du nombre S' .

Si h au lieu d'être en remblai était en déblai, il suffirait de rabattre la figure 6 autour de AB, et on retomberait sur les mêmes formules. Le profil en long n'indique pas si le profil est mixte ou complet, pas plus que la règle, mais avec un peu d'attention on les reconnaît facilement.

En premier lieu si h est en remblai on a $p > 0$

— si h est en déblai $p < 0$

S'il y a profil mixte $AF = \frac{h}{p} < a$

toutes les fois donc que l'on sera averti par le signe de p , on devra faire la vérification de $\frac{h}{p} < a$, dans les environs des points de passage, principalement lorsque les valeurs absolues de a et p seront fortes, et celle de h faible.

§ 2. — MÉTHODE DES PROFILS ENTIERS

c. Profils complets.

D'après ce qui précède, le profil entier présente la forme de la figure 7 (page 166), le terrain étant limité de part et

d'autre de l'axe par les pentes p et p' . Si ces pentes sont différentes, il faut calculer séparément chacun des demi-profils, mais si au contraire

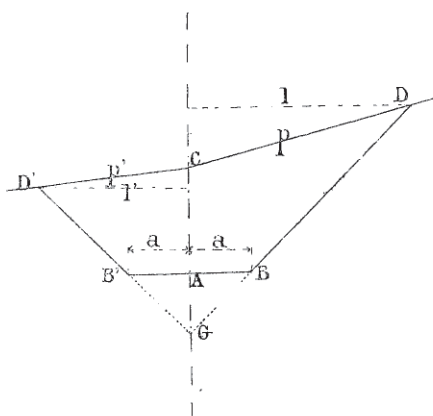


Fig. 7.

$p = p'$, c'est-à-dire si la pente du terrain est uniforme sur toute la section du profil, on peut simplifier les opérations.

Emprise. — On a en effet d'après les formules connues

$$l_1 = \frac{H}{t-p} \quad l_2 = \frac{H}{t+p}$$

d'où

$$= l_1 + l_2 = H \left(\frac{1}{t-p} + \frac{1}{t+p} \right)$$

$$l = \frac{2 H t}{(t+p)(t-p)} = \frac{2 H t}{t^2 - p^2}$$

Surfaces. — On a pour les surfaces S'_1 et S'_2 les formules

$$S'_1 = \frac{H^2}{t-p} \times 0,5 \quad S'_2 = \frac{H^2}{t+p} \times 0,5$$

d'où

$$S' = S'_1 + S'_2 = \frac{H^2 t}{(t-p)(t+p)} = \frac{H^2 t}{t^2 - p^2}$$

Sous cette forme on voit qu'on peut calculer les emprises et les surfaces au moyen de l'échelle logarithmique donnant les valeurs de $t \mp p$ au moyen de deux mouvements de la règle, réduisant ainsi de moitié les valeurs à inscrire sur les tableaux ainsi que les calculs subséquents.

Mais on peut encore simplifier davantage, si on met ces formules sous la forme

$$l = l_1 + l_2 = \frac{2 H t}{t^2 - p^2} = \frac{2 H}{\frac{t^2 - p^2}{t}} = \frac{2 H}{i} \quad (10)$$

en posant

$$i = \frac{t^2 - p^2}{t}$$

$$S' = \frac{H^2 t}{t^2 - p^2} = \frac{H^2}{\frac{t^2 - p^2}{t}} = \frac{H^2}{i} \quad (11)$$

la surface du profil sera donc en posant $s' = GB'B = a^2 t$

$$S = S' - GB'B = S' - a^2 t = S' - s'.$$

Il suffira donc de tracer sur la règle une échelle logarithmique donnant les valeurs de $i = \frac{t^2 - p^2}{t}$ pour avoir d'un seul mouvement soit les surfaces, soit les emprises du profil complet.

Cette méthode suppose comme nous l'avons vu que la pente soit uniforme sur toute la largeur du profil; la rapidité est donc gagnée aux dépens de l'exactitude, mais en matière d'avant-projet on peut d'autant mieux s'en contenter que les pentes du terrain sont données généralement par l'écartement des courbes de niveau, et par suite l'erreur provenant de leur appréciation est bien supérieure aux erreurs provenant de ce mode de calcul.

d. — *Profils mixtes, dans le cas des profils entiers.*

Dans la figure 8 appelant $S_1 = FBD$ la surface en déblai.

$S_2 = IB'F$ la surface en remblai.

On a surface en déblai

$$FBD = GD'D - (GB'B - D'B'F)$$

$$GD'D = \frac{H^2}{i} \quad GB'B = a^2 t$$

$$B'D'F = \frac{B'F^2}{t + p} \quad B'F = a - \frac{h}{p}$$

par suite
$$S_1 = \frac{H^2}{i} + \frac{B'F^2}{t + p} - a^2 t$$

La valeur de S est donnée par les formules (8) et (9) (pages 164 et 165).

Ces opérations quoique très simples en elles-mêmes, demandent un certain temps, elles obligent à changer d'échelle, elles allongent donc très sensiblement la durée des calculs.

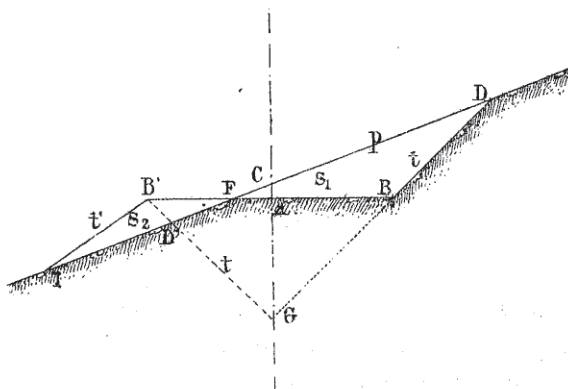


Fig. 8.

Si on n'en tient pas compte, on voit que dans le cas de la figure, on a négligé le remblai et qu'on a trouvé un cube de déblai trop faible bien qu'il n'y ait pas nécessairement compensation.

Par suite, l'erreur sur les transports sera faible et relativement plus forte sur les cubes.

Nous pensons donc qu'il convient de ne tenir compte des profils mixtes, que si l'on a besoin d'une grande approximation, et en ce cas il est préférable de faire les calculs par la méthode des demi-profils.

§ 3. — MÉTHODE DE LA COTE SUR L'AXE

On peut mettre la formule $S' = \frac{H^2 t}{t^2 - p^2}$ sous la forme $S' = \frac{H^2}{t - \frac{p^2}{t}}$

si p est petit $\frac{p^2}{t}$ sera négligeable, et l'on pourra prendre pour valeur approchée de S' .

$$S' = \frac{H^2}{t} \quad (12)$$

Formule calculable à la règle

En pratique on peut se dispenser de tenir compte des pentes dans les calculs d'avant-projets lorsque

$p = 0,05$ pour les talus inférieurs à l'unité.

$p = 0,1$ pour les talus supérieurs à l'unité.

L'emprise est donnée par la formule

$$l = \frac{H}{t} \quad (13)$$

§ 4. — CALCUL DES VOLUMES ET DES SURFACES D'EMPRISES

Nous avons vu que le volume compris entre deux profils était supposé égal au produit de la surface de chacun des profils par la demi-distance qui les sépare

$$v = S_0 \frac{d_0}{2} + S_1 \frac{d_0}{2}$$

Le volume total compris entre plusieurs profils, se compose de la somme de ces volumes partiels

$$V = S_0 \frac{d_0}{2} + S_1 \frac{d_0 + d_1}{2} + S_2 \frac{d_1 + d_2}{2} + \dots$$

de même l'emprise totale E aura pour expression :

$$E = l \frac{d_0}{2} + l_1 \frac{d_0 + d_1}{2} + \dots$$

Comme préparation à ces calculs, il faut déterminer à l'avance et inscrire à côté du numéro de chaque profil la distance réduite $d_0 + d_1 = d$, et l'on a :

$$V = \Sigma S d \qquad E = \Sigma l d$$

Dans les calculs à la règle, il y a lieu de modifier un peu ces dispositions.

a. — *Méthode des demi-profils.*

En multipliant la surface par la distance correspondante, on a :

$$V = \left(\frac{H^2}{t \mp p} \times 0,5 \right) \frac{d_0 + d_1}{2} = \frac{H^2}{t \mp p} \times \frac{d_0 + d_1}{4}$$

en posant, distance réduite,

$$d' = \frac{d_0 + d_1}{4} \qquad d = \frac{d_0 + d_1}{2}$$

on a

$$V = \frac{H^2}{t \mp p} d' \tag{14}$$

Pour les emprises on a

$$e = \frac{H}{t \mp p} \frac{d_0 + d_1}{2}$$

$$e = \frac{H}{t \mp p} d \tag{15}$$

On voit que les distances réduites d' correspondant aux volumes, ne sont que la moitié des distances réduites d correspondant aux emprises. — Il est bon sur les imprimés (tableau n° 1, col. 9 et 18) d'inscrire séparément chacune de ces valeurs.

Ces formules étant des quatrièmes proportionnelles peuvent se calculer d'un seul mouvement de la règlette.

b. — *Méthode des profils entiers.*

Les formules sont, comme il est facile de le voir

$$\text{Volumes,} \quad V = \frac{H^2}{i} d \quad (16)$$

$$\text{Emprises,} \quad ld = \frac{H}{i} 2d \quad (17)$$

On aura soin, dans la préparation des calculs, de tenir compte de la différence des distances réduites applicables aux surfaces et aux emprises, comme il a été dit plus haut.

Le procédé est le même pour la méthode de la cote sur l'axe.

Remarque. — On voit donc, par ce qui précède, que quelle que soit la méthode :

pour les volumes, la règle donne d'un seul mouvement, à la fois, les surfaces et les volumes ;

pour les emprises, la règle donne d'un seul mouvement, à la fois, les largeurs et les surfaces.

Suivant les besoins du travail, on conservera la valeur des surfaces et des largeurs d'emprises ou l'on se contentera d'écrire le résultat final.

§ 5. — SURFACE DES TALUS

On a besoin de connaître la surface des talus, pour évaluer le prix de leur règlement.

La longueur du talus BD (fig. 5, page 162) est l'hypothénuse du triangle rectangle BDF.

$$BD^2 = BF^2 + FD^2$$

$$\text{Or, on a} \quad BF = l - a \quad DF = (l - a) t$$

$$\text{par suite} \quad DB^2 = (l - a)^2 + (l - a)^2 t^2 = (l - a)^2 (1 + t^2)$$

$$\text{d'où} \quad BD = (l - a) \sqrt{1 + t^2}$$

la surface du talus sera égale à $\Sigma BD d = \Sigma (l - a) d \sqrt{1 + t^2}$

$$\Sigma BD d = (\Sigma ld - \Sigma ad) \sqrt{1 + t^2} \quad (18)$$

c'est-à-dire qu'il faudra retrancher de l'emprise totale Σd la sur-

face de la plate-forme Σ ad entre les profils considérées et multiplier la différence par $\sqrt{1 + \ell^2}$.

Ces calculs se faisant en une fois pour chaque série non interrompue de profils constituant une tranchée ou un remblai, il est inutile d'établir des échelles spéciales, la règle ordinaire suffisant pour cet objet.

CHAPITRE IV

Application des formules. — Calculs auxiliaires.

§ 1^{er}. — CALCUL DES PROFILS SPÉCIAUX

Les échelles logarithmiques peuvent également s'appliquer comme nous allons le voir au calcul des profils spéciaux que l'on rencontre dans la pratique, leur usage est encore dans ce cas extrêmement avantageux.

1° — *Le terrain est en pente brisée* ABC (fig. 9). — Prolongeons la ligne CB jusqu'à l'axe en D.

La surface cherchée OABC est égale à la différence des triangles ODC, ADB.

Dans le triangle ADB nous connaissons l'emprise b , les talus p et p' , appliquons les formules fondamentales

$$b = \frac{AD}{p - p'}$$

d'où

$$AD = b(p - p')$$

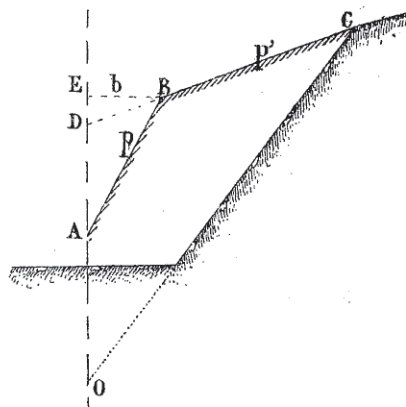


Fig. 9.

$$\Delta DB = \frac{1}{2} AD \times b = \frac{\bar{AD}^2}{p - p'} \times 0,5$$

ou bien

$$ADB = \frac{b^2}{2} (p - p')$$

d'un autre côté on a

$$ODC = \frac{\overline{OD}^2}{2(t - p')} = \frac{(H + AD)^2}{2(t - p)}$$

2° — Élargissement d'une plate-forme en raidissant le talus fig. (10).

— Appelant p l'ancien talus,

t le nouveau talus,

a la largeur de l'élargissement, prolongeons le talus jusqu'à sa rencontre F avec la verticale AD, nous déterminerons un triangle AFC dont nous calculerons la largeur d'emprise l et la surface par les formules connues au moyen de l'échelle log. $(t - p)$.

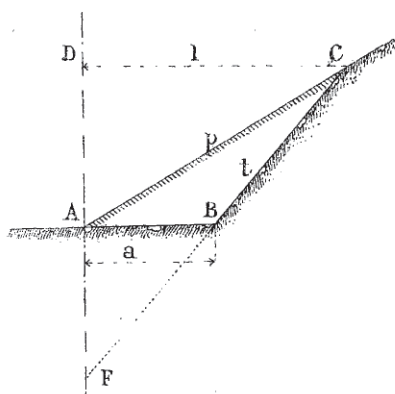


Fig. 10.

3° — Élargissement d'une plate-forme en conservant l'ancien talus (fig. 11). — Ce qui est le cas de la transformation d'un chemin de fer à une voie en chemin de fer à deux voies.

Nous connaissons a la largeur de l'élargissement.

p la pente du terrain,

t le talus.

$h = AC'$ hauteur verticale de l'arête du talus au-dessus de la plate-forme.

Il s'agit de déterminer

l la largeur de l'emprise.

S la surface du profil.

Menons par le point C l'horizontale CE, nous décomposons le quadrilatère en un parallélogramme

$$ABCE = s_1 = ah$$

et en un triangle CED $= s_2$ facile à calculer.

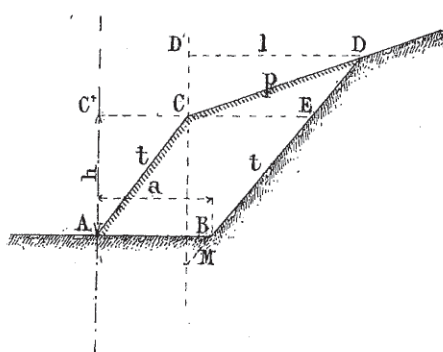


Fig. 11.

Menons par le point C une verticale que nous prolongerons jusqu'à sa rencontre avec le nouveau talus en M remarquant que $CM = at$

les inconnues l et s_2 se trouvent déterminées par l'échelle $\log. t \mp p$

et l'on a $S = s_1 + s_2 - \frac{a^2 t}{9}$.

4° Adoucissement d'un talus (fig. 12).

On connaît :

t l'ancien talus,

l' le nouveau talus,

p pente du terrain,

$m = \text{AB}'$ distance verticale
de A en B ,

Les inconnues sont :

s surface du triangle ABC,

$l = CC'$ la largeur d'emprise.

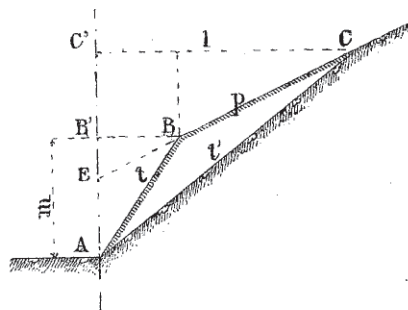


Fig. 12.

Prolongeons la ligne du terrain jusqu'à sa rencontre en E avec la verticale du pied du talus.

Dans le triangle ABB' on a $BB' \times t = AB' = m$ $BB' = \frac{m}{t}$

Dans le triangle EBB' on a $BB' \times p = EB' = m - AE$ $BB' = \frac{m - AE}{p}$

d'où

$$AE = \frac{m}{t} (t - p)$$

formule calculable d'un seul mouvement de la règlette avec l'échelle logarithmique ($t \mp p$).

Connaissant AE on aura

$$s = \frac{\bar{AE}^2}{t' - p} \times 0,5 - \frac{\bar{AE}^2}{t - p} \times 0,5 \quad l = \frac{AE}{t' - p}$$

5° *Élargissement de la plate-forme avec modification du talus (fig. 13).*

— Pour plus de généralité nous supposons que l'on donne une inclinaison p' à la plate-forme.

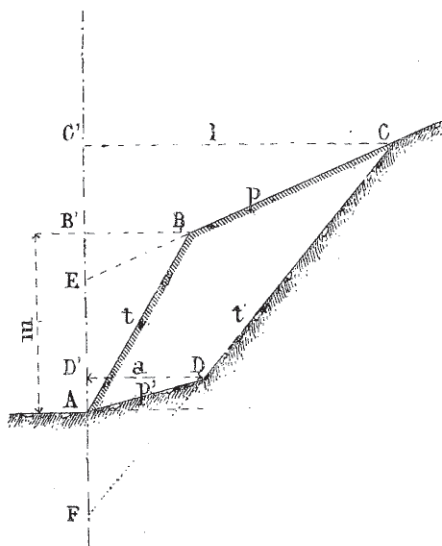


Fig. 13.

On connaît :

t l'ancien talus,

t' le nouveau talus,

p la pente du terrain,

p' la pente de la banquette

$m = AB'$ la distance verticale
du point A au point B.

$a = DD'$ la distance horizon-
tale du point A au point D.

On cherche :

S la surface ABCD du profil,

$l = CC'$ la largeur d'emprise,

Prolongeons la ligne du
terrain jusqu'en E rencontre
avec la verticale menée en A ;

Prolongeons la ligne du

talus CD jusqu'en F, nous aurons comme au n° 4

$$AE = \frac{m}{t} (t - p)$$

Dans le triangle AFD nous avons

$$a = \frac{AF}{t - p'} \quad \text{d'où} \quad AF = a (t - p')$$

par suite : $FE = AE + AF$

Connaissant AF, AE, FE nous pourrions calculer les triangles

$$FEC = s_1 \quad ABE = s_2 \quad FAD = s_3.$$

au moyen des formules connues et nous aurons

$$S = s_1 - (s_2 + s_3) \quad l = \frac{FE}{t' - p}$$

6° Profil avec banquettes (fig. 14).

Nous connaissons : $a = AD$ la demi-largeur de la plate-forme,

$b = E_1 L$ la largeur uniforme des banquettes,

$k = MD$ la distance verticale entre deux banquettes,

$h = AB$ la cote rouge sur l'axe;

La surface cherchée S aura pour expression :

$$S = F'BC - (s_1 + s_2 + s_3 + \dots)$$

Surfaces dont il faut déterminer les éléments.

Dans le triangle ADD' on a $s_1 = \frac{a^2 t}{2}$ $AD' = at$

Dans le triangle $E'D'M$ on a $E'D' = bt$ surf. $E'D'M = \frac{b^2 t}{2}$

On a enfin $F'B = H = h + at + D'E' + E'F' + \dots$

ou

$$F'B = h + at + nbt$$

par suite :

$$F'BC = \frac{t + p}{H^2} \times 0,5$$

$$s_1 = \frac{a^2 t}{2}$$

$$s_2 = \frac{b^2 t}{2} + (at + k)b$$

$$s_3 = \frac{b^2 t}{2} + (at + k)b$$

Formules dont chacun des éléments est calculable à la règle.

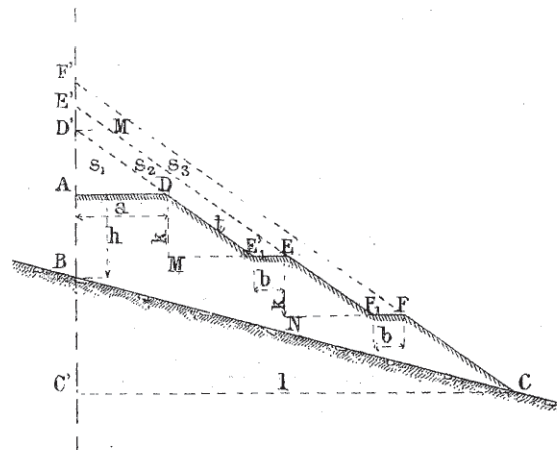


Fig. 14.

7° Profils avec roches différentes (fig. 15). — Soient H_1 et H les cotes rouges réduites applicables aux deux surfaces limitant les roches, on voit que la surface du profil en roche sera,

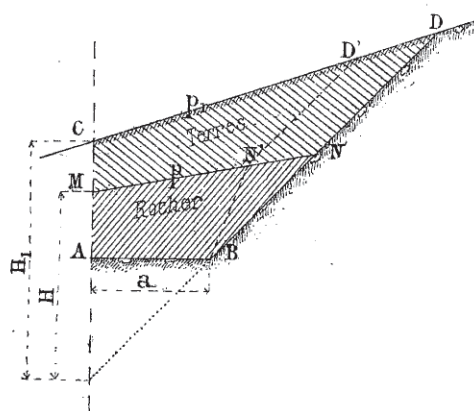


Fig. 15.

$$s_1 = \frac{H}{t \mp p} \times 0,5 - \frac{a^2 t}{2}$$

et la surface du profil des terres sera

$$s_2 = \frac{H^2}{(t \mp p)} \times 0,5 - s_1$$

Si au lieu d'un talus unique BD, on avait un talus brisé BN'D' on calculerait l'emprise correspondant au point N' puis au moyen des for-

mules du n° 5, on déterminerait les divers éléments de la figure.

7° *Profils à pentes brisées* (fig. 16). — Nous connaissons les ordonnées des sommets

$$h = y_0 \quad y_1 \quad y_2 \quad y_3 \quad y_4 \quad \dots$$

ainsi que leurs distances à l'axe

$$x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad \dots$$

Prolongeons le dernier élément DF jusqu'à sa rencontre avec

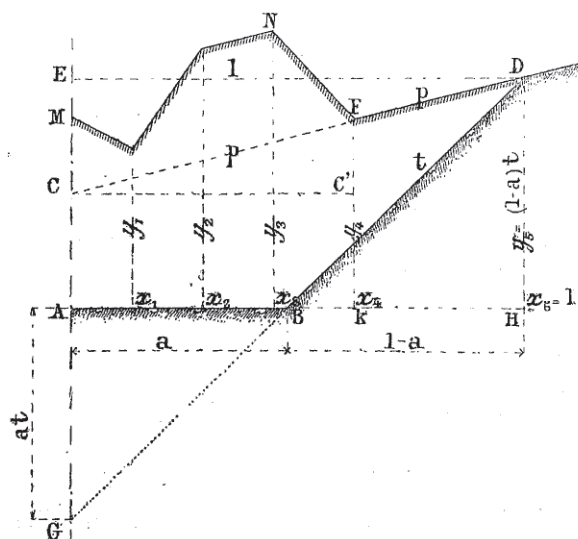


Fig. 16.

Les données sont : $b = DE$ largeur du chemin de halage,
 $h = AG$ la cote rouge sur l'axe,
 t talus des berges,
 t' talus extérieur de la digue,
 p pente du terrain.

Les inconnues sont : S_d surface en déblai,
 S_r surface en remblai,
 $l = FF'$ largeur d'emprise.

La section totale du canal est un trapèze $ABDD'$ qui a pour mesure $\Omega = \frac{a+c}{2} m$.

Déblai. Dans le triangle $MAB = s_1$ $AM = at$ $s_1 = \frac{a^2 t}{2}$

Dans le triangle $MGC = s_2$ $MG = h + at$ $s_2 = \frac{(h+at)^2}{t-p} \times 0,5$

La surface en déblai cherchée

$$AGCB = MGC - MAB$$

ou bien $S_d = s_1 - s_2$

C'est le calcul ordinaire des profils en déblai.

Remblai. Dans le triangle $D'NE = s_3$ $D'N = (c+b) t'$ $s_3 = \frac{(c+b)^2 t'}{2}$

Le triangle $MD'D = s_4$ $MD' = ct$ $s_4 = \frac{c^2 t}{2}$

Le quadrilatère $GD'DC = MD'D - MGC = s_4 - s_2$

Le triangle $GNF = s_5$ $GN = ND' + D'A - h = (c+b) t' + m - h$

$$s_5 = \frac{GN^2}{t'-p} \times 0,5$$

d'où enfin

$$S_r = CDEF = GNF - (GD'DC + D'NE)$$

$$S_r = s_5 - (s_4 - s_2 + s_3) = s_2 + s_5 - (s_3 + s_4)$$

Emprise. L'emprise FF' est égale à la largeur d'emprise du triangle GNF ; on aura donc

$$l = \frac{GN}{t + p}$$

La ligne du terrain, au lieu d'occuper la position moyenne de la figure, pourrait couper la ligne AB du plafond ; le canal pourrait être entièrement en déblai ou entièrement en remblai, le calcul de tous ces cas particuliers se ramènerait toujours à une décomposition de figures dont tous les éléments sont calculables à la règle, mais eu égard à la complication du problème, il sera prudent de rapporter tous les profils, ce qui se fait rapidement en employant un gabarit en zinc découpé avec grand soin, suivant le contour ABDEF.

§ 2. — ÉVALUATION SOMMAIRE DES TERRASSEMENTS SUR LE PROFIL EN LONG

Dans les nombreux essais que l'on tente en étudiant le tracé sur les plans cotés, soit pour arriver à la compensation des remblais et des déblais, soit pour comparer très sommairement les cubes de deux variantes, on a imaginé plusieurs procédés très expéditifs pour déterminer le cube d'après le profil en long — les uns sont compliqués — les autres (méthode dite des surfaces compensatrices) sont tellement inexacts qu'ils peuvent conduire à des erreurs extrêmement graves — nous avons employé un procédé très simple, dont l'approximation, quoique grossière, est cependant suffisante dans ces premières tentatives.

Soit ABC le profil en long d'une tranchée déterminée par une série de profils en travers *a b c d*.

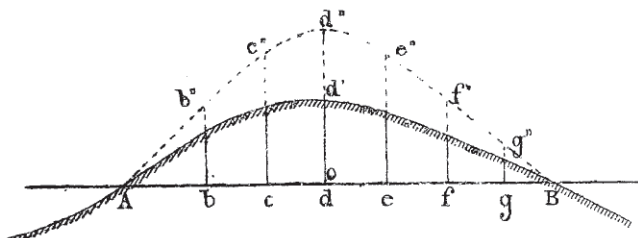


Fig. 18.

Supposons leurs surfaces calculées et portons leurs valeurs en ordonnées $bb'' cc'' dd'' \dots$ nous aurons déterminé une courbe qui coupera la plate-forme au points A et B et dont la surface mesurera le volume de la tranchée. Observons en passant qu'en évaluant l'aire de cette surface par une méthode de quadrature telle que celle de Simpson, on aurait un cube plus exact que celui donné par la méthode ordinaire.

Si nous divisons le profil en long en parties telles que AB dont la courbure soit à peu près régulière, nous pourrions assimiler la courbe des surfaces $Ad''B$ à un arc de parabole et prendre pour volume approché l'aire de ce segment dont la mesure est $\frac{2}{3} AB \times dd''$.

Il suffira donc de calculer la surface dd'' correspondant à la cote rouge la plus élevée. Cette opération peut se faire sans avoir même besoin de rapporter le profil en long.

§ 3. — DÉTERMINATION DE LA PENTE MOYENNE p

Dans les plans d'études, le relief du sol est figuré soit par la trace des profils en travers, soit par le plan coté.

Dans le premier cas, profils en travers, la pente p entre deux points d'altitude c et c' séparés par une distance d est donnée par la formule

$$p = \frac{c - c'}{d}$$

Dans le cas des plans cotés, on a l'habitude de tracer les courbes

de niveau, surtout en terrains difficiles, qui accusant la topographie avec une grande netteté facilitent la solution de tous les problèmes concernant les études.

La pente p se déduit de l'écartement des courbes. Soient, en effet, (fig. 19) deux courbes de niveau consécutives A et B, la pente entre les points A et B s'obtient par le rabattement du plan vertical passant par AB autour de sa trace horizontale, la ligne du terrain viendra en AB' hypoténuse du triangle rectangle ABB' et l'on aura

$$p = \frac{BB'}{AB} = \frac{e}{d} = \delta$$

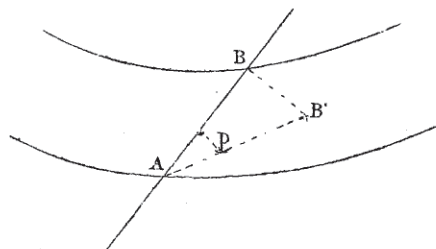


Fig. 19.

en appelant e la distance verticale (constante en général pour chaque échelle) ou équidistance, que l'on adopte entre deux courbes consécutives, et d étant mesuré suivant l'échelle du plan.

Dans les études d'avant-projet, l'échelle ordinairement employée est le $\frac{1}{2000}$ et l'équidistance $e = 1^m$, la formule devient $p = \frac{1}{d}$; c'est sur ces bases qu'a été tracée l'échelle représentée (fig. 7, Pl. 126). En quelques instants on peut en tracer d'analogues sur une bande de papier collée sur un double décimètre.

Si les pentes sont fortes, les courbes sont très rapprochées et la détermination indécise. Pour avoir une plus grande approximation, il convient de prendre l'écartement correspondant à plusieurs courbes ; pour avoir la pente, il faudra évidemment multiplier le nombre trouvé p par le nombre d'écartements dont on se sera servi.

Ces échelles permettent de résoudre sans calcul plusieurs questions qu'on rencontre à chaque instant en topographie : tracé des lignes de pente à flanc de coteau, détermination des lignes de plus grande pente, écartement des courbes de niveau correspondant à une pente donnée, etc., etc.

CHAPITRE V

Profilomètre Ziégler

Dans cette méthode on lit les surfaces des profils sur une échelle. Ce procédé est rapide, exact, beaucoup plus avantageux que les tableaux graphiques ou les tables numériques ; aussi croyons-nous devoir l'exposer pour le comparer à nos échelles logarithmiques.

Reprenons les formules fondamentales

$$S' = \frac{H^2}{2(t \mp p)} \quad \text{ou} \quad 2S'(t \mp p) = H^2$$

Si on remarque que H^2 est une moyenne proportionnelle aux valeurs $2S'$ et $t \mp p$, il sera possible de déduire graphiquement une quelconque de ces valeurs des deux autres.

Prenons 2 axes rectangulaires ox, oy . Traçons le triangle rectangle ACB ayant ses sommets sur les axes, nous aurons

$$AO^2 = OC \times OB.$$

On voit donc qu'en divisant les trois directions ox, oy, ox' , sui-

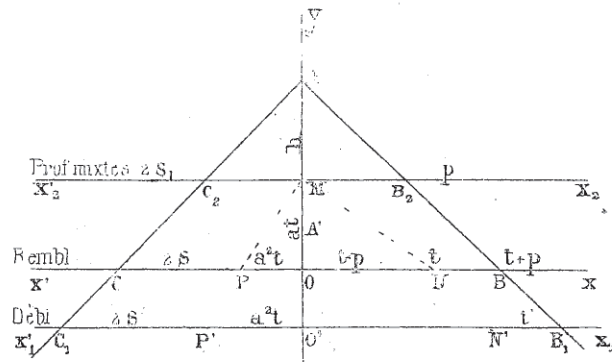


Fig. 20.

vant des échelles convenables, si on place le sommet d'une équerre en A de telle sorte que l'on ait $OA = H$, que l'un des côtés passe par le point B de manière que l'on ait $OB = t \mp p$, le troisième côté de l'équerre coupera l'axe ox' en c et l'on aura

$$OC = 2S'$$

Ce graphique résoudra donc le problème comme nos échelles logarithmiques.

On a $OC = 2S' = 2S + a^2t$

prenons $OP = a^2t$, et traçons les divisions en allant de P vers x' , l'échelle donnera directement la valeur de la surface du profil, débarrassée de la constante.

De même $OA = H = h + at$

prenons sur Oy, $OM = at$, et traçons les divisions sur My à partir du point M. Nous pourrions mettre le sommet de l'équerre à sa place d'après la valeur de h sans avoir à calculer H.

Enfin, prenons $ON = t$; à partir de N, portons de part et d'autre les valeurs de p , nous aurons évidemment $OB = t + p$, $OB' = t - p$.

Il est facile de voir que si l'on prend m centimètres pour l'unité de hauteur, n pour les déclivités et q pour les surfaces, les échelles de ces trois divisions doivent satisfaire à la relation

$$\frac{1}{m^2} = 2 \frac{1}{n} \frac{1}{q}$$

Ces instruments sont ordinairement construits avec les échelles suivantes :

$$m = 0,02 \quad n = 0,20 \quad q = 0,004$$

pour $h = 18^m$ et $S = 180^{mc}$, le graphique tient sur une planchette de $1^m 20$ sur $0^m 90$ (Fig. 44, pl. 126).

Si on change la valeur de t , il faudra changer nécessairement l'échelle $(t \mp p)$ ainsi que les valeurs OM, ON, OP.

Pour faciliter les calculs on conserve la position du point M, et on prend un nouveau point O' tel que l'on ait $O'M = at'$.

Sur le nouvel axe O' x' on trace les échelles de surfaces et de déclivités.

Une de ces échelles correspondant pour les avant-projets à $t = 1$ (déblais), la seconde à $t = 0,667$ (remblais).

Profils mixtes.— Nous avons trouvé dans les formules fondamentales :

$$S_1 = \frac{h^2}{2p} \quad \text{ou} \quad h^2 = 2 S_1 p$$

h est moyen proportionnel entre $2 S_1$ et p , la figure permet de

déterminer les valeurs de S_1 . Par le point M traçons Mx_2 parallèle à Ox , à partir du point M traçons les valeurs de p d'un côté, de $2S$ de l'autre, dans le triangle AC_2B_2 nous aurons

$$h^2 = MB_2 \times MA_2 = 2S_1 \times p$$

Il reste à trouver la valeur de S_2 , or nous avons :

$$S_2 = \frac{H^2}{2(t-p)} - \frac{a^2 t}{2} + \frac{h^2}{2p} = \frac{(h-at)^2}{2(t-p)} - \frac{a^2 t}{2} + \frac{h^2}{2p}$$

que l'on peut écrire en remarquant que $\frac{h^2}{2p} = S_1$

$$2(S_2 - S_1) + a^2 t = \frac{(h-at)^2}{t-p}$$

Si, dans la figure, au lieu de prendre h au-dessus du point M, nous le prenons au-dessous en A' , $OA' = h - at$; par suite, en amenant le sommet de l'équerre en A' , nous pourrions lire sur l'échelle des surfaces la valeur $2(S_2 - S_1)$, et comme nous connaissons S_1 nous en déduirons S_2 .

Nous savons qu'il y a profil mixte chaque fois que la ligne du terrain coupe la plate-forme; en ce cas $\frac{h}{p} < a$.

Or, si on joint MN , on aura $Tg N = \frac{at}{t} = a$, c'est la limite de l'inclinaison du côté droit de l'équerre pour le cas des profils complets; si cette inclinaison est plus faible, il y a profil mixte.

Plaçons donc l'équerre sur le triangle des constantes MNP , et marquons sur l'hypothénuse la trace de l'axe oy . Toutes les fois que ce repère passera à droite de l'axe, il y aura profil mixte. Il faudra un de ces repères pour les déblais, un autre pour les remblais.

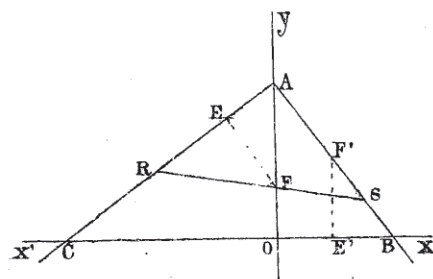


Fig. 21.

Emprises. Les formules fondamentales donnent pour la valeur de la largeur d'emprise

$$l = \frac{H}{t+p} = \frac{h+at}{t+p}$$

Dans le triangle OAB (fig. 21) on a

$$\frac{OA}{OB} = \frac{H}{t+p} = l = Tg OBA$$

Pour avoir cette valeur, il suffirait de prendre sur les échelles tracées $BE' = 1$, la longueur de la perpendiculaire $E'F'$ donnera la valeur de l .

Si on prend sur le côté gauche de l'équerre $AE = 1$, la longueur de la perpendiculaire EF donnera la valeur de l , mais il faudrait disposer d'une équerre transparente pour tracer l'échelle EF . On peut la tracer sur l'hypothénuse RS de l'équerre taillée en biseau ; il est vrai qu'elle ne sera plus divisée en parties égales, mais il est facile de la tracer par points.

Il suffit de placer le sommet de l'équerre sur la division h donnant la valeur $\frac{h}{p} = 1$ pour $S = 1$ (on se sert de l'échelle des profils mixtes passant par M), et on aura évidemment pour les valeurs de S égales à 2, 3, 4, n , des valeurs correspondantes de $\frac{h}{p}$ égales à 2, 3, 4, n puisque nous aurons multiplié par n la valeur de la tangente.

On numérotera 1, 2, 3, n les points obtenus sur l'hypothénuse par la rencontre de l'axe Oy et on obtiendra ainsi les valeurs des divisions de l'échelle des emprises.

Profils entiers. — Bien que M. Ziégler n'en parle pas dans son mémoire, sa méthode s'applique également aux profils entiers ; en effet la formule

$$S' = \frac{H^2}{i}$$

peut s'écrire

$$S'i = H^2$$

H^2 est donc encore moyen proportionnel entre S et i .

Le triangle des constantes sera encore dans ce cas

$$at \quad a^2t \quad \text{et} \quad t$$

et l'on devra tracer sur Ox de O sur t les valeurs de $\frac{t^2 - p^2}{t}$ correspondantes aux valeurs de la variable p . Ce ne sera pas une échelle métrique comme les échelles qui ont été considérées jusqu'à présent.

La fig. 11 Pl. 126 représente une planchette disposée pour faire ces calculs.

CHAPITRE VI.

Tracé et emploi des échelles logarithmiques pour le calcul des terrassements

§ 1. — ÉCHELLE DES DEMI-PROFILS

Échelle des valeurs de $t \mp p$ pour $t = 1$, $t = n$, $t = n + 0,5$, $t = 0,667$. — Si on examine le tableau suivant donnant les valeurs de $t \mp p$ correspondant aux diverses valeurs de p , nous en déduirons plusieurs remarques qui nous permettront de déterminer les échelles et les limites entre lesquelles il convient de les établir.

1° Pour $p = 0$ on a $t - p = t$, on en déduit que :

L'origine de chaque échelle se trouve en coïncidence avec le nombre t lu sur l'échelle supérieure de la règle.

2° Les valeurs de $t \mp p$, pour toutes les valeurs de t correspondant à un nombre entier, correspondent à des divisions de l'échelle des nombres.

Cette propriété, comme nous le verrons plus loin, s'étend à toutes les valeurs de t composées de 2 chiffres, entières ou décimales.

On pourra donc faire servir l'échelle des nombres au calcul des terrassements pour toutes les valeurs de t correspondant, soit à un nombre entier n , soit à la valeur $10 n + n'$, à condition de changer la numération.

3° Les valeurs de $t \mp p$ fractionnaires ne correspondant pas aux divisions de l'échelle des nombres, il devient nécessaire d'établir des échelles spéciales ; dans la pratique il suffira d'établir l'échelle correspondant au talus $t = 0,667$ employé pour les remblais.

En traçant sur le bord supérieur de la règle une échelle des nombres, avec la numération ordinaire, et sur le bord inférieur une échelle des valeurs de $t \mp p$ pour $t = 0,667$, nous pourrons

donc faire les calculs des terrassements par demi-profil, pour toutes les valeurs usuelles de t .

La valeur de $t = 1$ étant la plus employée, nous avons inscrit la numération correspondante au-dessous de la numération des nombres.

Pour les autres valeurs de $t = n$ ou $n + 0,5$, il suffira de coller sur la ligne médiane de la règle une petite bande de papier, sur laquelle on inscrira la numération correspondante.

p	VALEURS DE $t \mp p$								
	$t=1$	$t=2$	$t=3$	$t=4$	$t=n$	$t=1,5$	$t=2,5$	$t=3,5$	$t=0,667$
$p +$	3	»	»	1,0	$n-3$	»	»	1,0	»
	2	»	1,0	2,0	$n-2$	»	1,0	1,5	»
	1	»	1,0	3,0	$n-1$	»	1,5	2,5	»
	0,9	0,10	1,1	2,1	$(n-1),1$	»	1,6	2,6	»
	0,8	0,2	1,2	2,2	$(n-1),2$	»	1,7	2,7	»
	0,7	0,3	1,3	2,3	$(n-1),3$	»	1,8	2,8	»
	0,6	0,4	1,4	2,4	$(n-1),4$	»	1,9	2,9	0,100
	0,5	0,5	1,5	2,5	$(n-1),5$	1,00	2,0	3,0	0,167
	0,4	0,6	1,6	2,6	$(n-1),6$	1,10	2,1	3,1	0,267
	0,3	0,7	1,7	2,7	$(n-1),7$	1,20	2,2	3,2	0,367
	0,2	0,8	1,8	2,8	$(n-1),8$	1,30	2,3	3,3	0,467
	0,1	0,9	1,9	2,9	$(n-1),9$	1,40	2,4	3,4	0,567
— 0 —	1,00	2,00	3,00	4,00	n	1,5	2,5	3,5	0,667
$p -$	1	2	3	4	$n+1$	2,5	3,5	4,5	1,667
	2	3	4	5	$n+2$	3,5	4,5	5,5	2,667
	3	4	5	6	$n+3$	4,5	5,5	6,5	3,667
	4	5	6	7	»	5,5	6,5	7,5	4,667
	5	6	7	8	»	6,5	7,5	8,5	5,667
	6	7	8	10	»	7,5	8,5	9,5	6,667
	7	8	9	10	»	8,5	9,5	10,0	7,667
	8	9	10	»	»	9,5	10,0	»	8,667
	9	10	»	»	»	10,0	»	»	9,667
									1,000

Pour faciliter ce travail, nous avons indiqué sur la ligne médiane de la règle l'origine des échelles correspondantes aux valeurs de t comprises entre 1 et 9, indication qui, combinée avec celles du tableau précédent, permettra aux agents les moins familiarisés avec l'algèbre de faire mentalement la nouvelle numération.

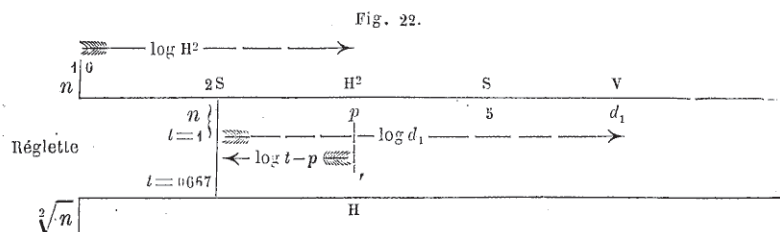
Si l'on avait à faire usage de l'un des talus 0,5 — 1,5 — 2,5 — 3,5, etc., — il conviendrait d'établir à l'avance la numération sur une bande de papier que l'on collerait sur la ligne médiane en ne prenant que la longueur correspondant aux limites de p entre lesquelles on doit opérer.

Les échelles sont complétées par de petits diagrammes $\swarrow \searrow$ indiquant pour les déblais et remblais le signe de p suivant le sens de la pente et de la rampe considérée par rapport à l'axe.

Les dispositions adoptées permettent de calculer les formules fondamentales au moyen d'un seul mouvement de la règlette, comme l'indique le diagramme ci-dessous :

$$l = \frac{H}{t \mp p} \quad E = \frac{H}{t \mp p} d$$

$$S' = \frac{H^2}{t \mp p} \times 0,5 \quad V = \frac{H^2}{t \mp p} d'.$$



On lit H sur l'échelle des $\sqrt[2]{n}$; au moyen du curseur on trouve H^2 sur l'échelle n de la règle et on amène au-dessous la valeur p lue sur l'échelle $\log. (t \mp p)$. Au-dessus de l'origine de la règlette on trouve $2S$; ajoutant $\log 0,5$, on trouve au-dessus de 5 lu sur l'échelle n de la règlette la valeur de S .

Ajoutant à $\log 2S$ le $\log d'$, on trouve au-dessus de d' , lu sur l'échelle n de la règlette la valeur de V .

Pour l'échelle $t = 0,667$ en contact avec l'échelle des $\sqrt[2]{n}$, on n'a pas besoin d'employer le curseur.

§ 2. — ÉCHELLES DES PROFILS ENTIERS $i = \frac{t^2 - p^2}{t}$

La division de ces échelles ne coïncidant plus avec celle de l'échelle des nombres, il faut établir des échelles spéciales pour chacune des valeurs de t .

Nous remarquons d'abord : 1° pour $p = 0$ on a $i = t$; l'origine des échelles est donc comme précédemment en coïncidence avec la valeur de t lu sur l'échelle des nombres, — mais comme il n'y a pas à tenir compte des signes, l'échelle se trouve entièrement à gauche de son origine.

2° Pour $p = t$, $s = \infty$, t est donc la limite de la valeur de p sensiblement au-dessous de laquelle il convient de se tenir.

3° Lorsque les pentes du terrain dépassent 2 ou 3, on a affaire à des escarpements sur lesquels il est difficile d'asseoir une voie de communication ; on peut donc arrêter l'échelle à ces valeurs sans qu'il en résulte d'inconvénients pratiques.

4° Dans ces conditions la longueur des échelles se trouve assez réduite, pour qu'on puisse en tracer un certain nombre à la suite les unes des autres, en prenant toujours pour la valeur de $i = 1$ l'origine même de la règlette ; c'est comme si l'on superposait toutes ces échelles en leur donnant la même origine, les parties inutiles de l'une étant recouvertes par l'échelle suivante.

C'est sur ces bases que la règlette a été divisée.

Sur le bord supérieur on a maintenu l'échelle n des nombres dont on a besoin pour calculer les volumes.

Sur le bord inférieur, dans la première partie, on a tracé l'échelle pour $t = 1$, et à la suite sur la deuxième partie, les échelles correspondant aux valeurs paires de t .

Pour éviter l'emploi d'une troisième règlette, on a utilisé les facilités que donne le curseur, pour tracer sur le milieu de la règlette les échelles correspondant aux valeurs impaires de t , ainsi qu'aux talus $t = 0,667$, $t = 1,5$. On aura grand soin de remarquer pour cette échelle médiane que l'on a dû en reporter l'origine à droite, d'une quantité égale à la distance qui sépare les repères correspondants des curseurs.

La fig. 6, Pl. 125 nous fournit deux exemples numériques.

1^{er} Exemple :

$$t = 1, H = 15,02, p = 0,70, d = 43^m.$$

Le curseur est amené en coïncidence avec la valeur de H lue sur l'échelle de $\sqrt[n]{n}$ et la pente $p = 0,70$ est amenée sous le curseur. On trouve $S' = 444$ au-dessus de l'origine de la règlette, ou ce qui revient au même, au-dessus de la division 100 de l'échelle n .

Le volume $V = 1892$ se trouve au-dessus de la distance réduite d , lue sur l'échelle n de la règlette.

2^e Exemple :

$$t = 0,667, H = 15,02, p = 0,334, d = 45.$$

Le curseur étant sur H comme tout à l'heure, on amène la pente 0,334 lue sur l'échelle médiane en coïncidence avec le repère intérieur du curseur. — La surface $S' = 444$ se lit au dessus de la division 100 de l'échelle n et le volume $V = 1981$ se lit au-dessus de d , pris sur l'échelle n de la règlette.

§ 3. — CONCORDANCE DES ÉCHELLES ENTRE ELLES

Nous avons vu que les divisions de l'échelle log. $(t \mp p)$, correspondant à une valeur de t exprimée par les neuf premiers nombres, coïncidaient avec les divisions de l'échelle des nombres.

Il est intéressant de généraliser cette propriété et de rechercher :

1^o Toutes les valeurs de t pouvant s'appliquer aux divisions d'une échelle donnée en changeant sa numération;

2^o La loi qui lie les numérations diverses d'une division donnée, pour chacune de ses diverses échelles;

3^o La relation qui lie les échelles t et nt .

a. — Échelles des demi-profiles log. $(t \mp p) = i$.

1^o Recherche des échelles ayant mêmes divisions. — Pour $t = 1$, les deux premiers chiffres significatifs de i correspondent toujours à des divisions tracées sur l'échelle, mais les subdivisions des intervalles variant suivant les parties de l'échelle entre les valeurs

0,4, 0,2 et 0,5; on ne peut être assuré de trouver sur l'échelle une division correspondant au 3^e chiffre significatif.

Si nous faisons varier t , cette propriété va subsister; les valeurs de i correspondant aux divisions de l'échelle ne pourront avoir plus de deux chiffres, et par suite si on fait $p = 0$, la valeur de $t = i$ ne pourra elle même avoir plus de deux chiffres.

Réciproquement, les divisions de l'échelle pourront s'appliquer à toutes les valeurs de t composées de deux chiffres significatifs; en effet si nous faisons varier p d'unité en unité, nous avons toujours pour i un nombre entier de deux chiffres pour lequel on trouvera une division de l'échelle.

Si t est exprimé par un seul chiffre, les valeurs $t - p$ correspondant aux neuf premiers nombres de l'échelle n , par suite les subdivisions auront même valeur dans l'intervalle d'un nombre à un autre.

Si au contraire t est exprimé par un nombre composé de deux chiffres, la concordance n'existant plus, les subdivisions de l'intervalle compris entre deux unités successives n'auront pas toutes la même valeur. Ce qui n'a, du reste, que peu d'importance.

On voit donc qu'avec une numération appropriée, les divisions de l'échelle des nombres peuvent s'appliquer aux diverses fonctions $i = t \mp p$ pour toutes les valeurs de t , composées seulement de deux nombres, comprises entre 1 et 99.

Si au lieu de t entier on a t fractionnaire, $t = 0,667$ par exemple, on retrouve des propriétés analogues.

On remarque d'abord facilement que l'on peut prendre pour t les valeurs

$$t = 0,667, 1,667, 2,667 \dots 9,667$$

et comme on trouve une division exacte pour tous les nombres composés de deux chiffres, on pourra appliquer les divisions de l'échelle aux valeurs.

11,667 jusqu'à 99,667.

2^o — *Loi reliant les numérations d'une même division sur plusieurs échelles.* — Amenons en coïncidence les valeurs de $i = 1$ pour deux échelles t et t' , prenons une même longueur AB sur chacune de ces échelles, et cherchons la valeur de p en fonction de p' si $t' = nt$.

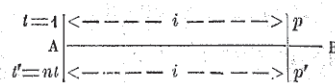


Fig. 23.

On aura $t - p = t' - p' = nt - p'$

d'où $p' = p + (n - 1)t$ et pour $t = 1$ $p' = p + (n - 1)$

Il suffirait donc d'augmenter du nombre $n - 1$ toutes les valeurs de p prises sur l'échelle $t = 1$ pour obtenir les valeurs de l'échelle $t' = n$, s'il y avait pas à tenir compte des signes. Ces calculs pourraient se faire mentalement, et une seule échelle suffirait pour les dix premiers nombres. Mais le changement de signe rend l'opération mentale trop pénible pour qu'elle puisse se faire dans les calculs courants.

b. — *Relation reliant les échelles t et $t' = nt$.*

Multiplions la fonction $(t - p)$ par n , nous aurons une nouvelle fonction $t' - p' = nt$ ou $t' - p' = n(t - p)$

d'où l'on tire $p = \frac{p'}{n}$ et par suite $t' - p' = n \left(t - \frac{p'}{n} \right)$

Sous cette forme on voit que l'on peut se servir de l'échelle t au lieu de l'échelle t' en divisant la pente p par n et en multipliant la valeur trouvée par n .

Cette propriété permet de trouver les valeurs de la fonction $t' - p'$ en fonction de l'échelle $t = 1$ pour toutes les valeurs de t entières ou fractionnaires.

Si on prend $n = 10$, on a

$$t' - p' = 10 \left(t - \frac{p'}{10} \right)$$

C'est-à-dire qu'on pourra se servir d'une échelle donnée t pour toutes les valeurs $t \times 10^x$ par un simple déplacement de la virgule.

c. — *Échelles des profils entiers. $i = \frac{t^2 - p^2}{t}$.*

1°. — *Numérations diverses d'une même division correspondant à plusieurs échelles.* — Amenons en coïncidence les valeurs $i = 1$ (fig. 23, page 191) pour les deux échelles t et $t' = nt$.

Prenons sur chacune d'elles une même valeur AB correspondant aux pentes p et p'

on a
$$\frac{t^2 - p^2}{t} = \frac{t'^2 - p'^2}{t'} = \frac{nt^2 - p'^2}{nt}$$

d'où
$$p^2 = \frac{p'^2}{n} - (n-1)t^2$$

relation beaucoup trop complexe pour qu'elle puisse se faire mentalement et pour qu'on puisse pratiquement se servir d'une échelle pour l'autre.

2° *Relation reliant les échelles t et t' = nt.*

on a
$$\frac{t'^2 - p'^2}{t'} = n \left(\frac{t^2 - p^2}{t} \right) = \frac{nt^2 - np^2}{t}$$

d'où
$$\frac{n^2 t'^2 - p'^2}{nt} = \frac{nt^2 - np^2}{t}$$

d'où l'on tire
$$n^2 p^2 = p'^2$$

et par suite $p = \frac{p'}{n}$ et $\frac{t'^2 - p'^2}{t'} = n \left\{ \frac{t^2 - \left(\frac{p'}{n}\right)^2}{t} \right\}$

il en résulte que l'on peut trouver les valeurs de i pour la valeur $t = nt$ en se servant de l'échelle t à condition de diviser la pente p par n et de multiplier la valeur trouvée par le même nombre n .

Si $n = 10$ les transformations se réduisent à un simple déplacement de virgule.

§ 4. — COMPARAISON DES DIFFÉRENTES MÉTHODES

a. — Comparaison du nombre d'opérations élémentaires.

Nous avons indiqué les inconvénients qui nous ont fait rejeter les tableaux graphiques et les tables numériques, ainsi que les avantages que présentaient les méthodes fondées sur l'emploi des échelles; comme le profilomètre Ziegler constitue incontestablement la plus simple et la plus rapide de ces méthodes, nous nous bornerons à comparer son emploi avec celui de la règle à calcul, en supposant que le profilomètre a été établi à la fois pour le calcul par demi-profils et par profils entiers, ce qui peut se faire en traçant sur chaque échelle une double division.

Le nombre d'opérations élémentaires pour arriver à la déter-

mination du cube d'une tranchée ou d'un remblai composé de n profils, en y comprenant la mesure de la pente, est de :

Calcul par la cote sur l'axe	—	Échelle logarithmique	$2n + 3$
Calculs par profils entiers	—	Profilomètre Ziégler	$3n + 4$
		Échelle logarithmique	$3n + 3$
Calculs par demi-profils	—	Profilomètre Ziégler	$6n + 4$
		Échelle Logarithmique	$5n + 3$

Dans le calcul par demi-profils l'avantage de l'échelle logarithmique est très marqué, tandis que dans le cas des profils entiers le nombre d'opérations est sensiblement le même. — Mais nous pensons que dans ce dernier cas la règle conserve encore son avantage, il nous semble en effet que la lecture des surfaces sur le profilomètre, à l'intersection de deux lignes souvent très obliques dont l'une est en partie recouverte par l'équerre doit être plus longue que sur les divisions normales de la règle — et surtout que le déplacement dans la rainure du sommet d'une équerre de grande dimension, demande beaucoup plus de temps que le maniement d'une règlette très légère glissant dans une coulisse.

L'examen du tableau précédent fait tomber l'objection qui nous a été faite au sujet de l'apparente complication amenée dans le calcul des terrassements par les calculs de $H = at + h$ et de $V' = \frac{a^2t}{2}$ d que nous avons introduits dans la nouvelle méthode et qui n'existent pas dans les anciennes; — le nombre total des opérations n'en a pas moins diminué très sensiblement dans le calcul par demi-profils sans avoir augmenté dans le calcul par profils entiers.

b. — *Comparaison du temps nécessité par chaque méthode.*

Profilomètre Ziégler. — M. Ziégler indique que deux agents exercés peuvent obtenir la surface de 100 profils (200 demi-profils) par heure soit un profil en 36". — En admettant que les calculs des cubes soient faits à la règle, il faudra environ 30' pour leur calcul, et ajouter encore 45' pour la préparation des calculs, les additions, etc., — soit pour arriver au cube des 100 profils une durée de 2 h. 15'.

Pour une durée de travail de 8 heures, cela correspond au calcul du cube de 360 profils, soit 7 à 8 kilomètres de tracé. — Ce chiffre nous paraît un maximum.

Demi-profils. — Avec la règle à calcul, deux agents très exercés dont l'un est chargé d'appeler les nombres et d'écrire les résultats, l'autre de faire les lectures, peuvent arriver en une minute à faire trois déplacements de la règle et 6 lectures correspondant au calcul de 3 demi-profils, soit à calculer 180 profils entiers à l'heure. Mais il n'est pas possible sans fatigue excessive de soutenir ce travail, on ne peut compter que sur 100 à 120 profils à l'heure en moyenne 110, donnant les cubes élémentaires. Nous comptons pour la préparation du travail, les additions, les opérations accessoires 60' au lieu de 45' admis par la méthode Ziégler, et nous arriverons par heure au calcul complet de 55 profils, soit par journée de 8 heures environ 450 profils qui à raison de 4 à 5 par hectomètre correspondent au calcul complet des terrassements d'une longueur de 10 à 12 kilomètres de tracé en terrain moyen.

Profils entiers. — Si l'on calcule par profils entiers, comme on est obligé de déplacer la règle à chaque opération, le nombre des lectures sera un peu diminué, soit 4 à 5 par minute au lieu de 6, ce qui correspond à 250 profils à l'heure, qu'il faut réduire pratiquement à 200.

En comptant une durée égale pour les opérations accessoires, préparation des calculs, additions, etc., — le nombre des profils calculés dans une journée de 8 heures sera de 800, correspondant à une longueur de ligne de 16 à 18 kilomètres,

Cote sur l'axe. — Le calcul se faisant avec un diviseur constant t ira plus vite qu'en se servant du diviseur variable i , on peut donc compter que l'on pourra calculer largement 200 profils à l'heure, mais les opérations accessoires étant réduites dans la proportion de 1 à 2, n'exigeront que 30'.

Le calcul complet de 200 profils demandera donc 1 h. 30', soit pour 8 heures plus de 1,000 profils correspondant à 20 ou 25 kilomètres.

Avec des agents ordinaires il faut réduire ces chiffres de 25 à 30 0/0.

Pour maintenir cette rapidité dans les calculs, il faut que les deux opérateurs puissent successivement se relayer dans leurs opérations.

L'emploi de la règle logarithmique, permettant de faire en une fois le calcul des surfaces et des volumes, sera donc sensiblement

plus rapide que celui du profilomètre, mais ce n'est pas son seul avantage.

Le profilomètre exige une planchette de 0,90 sur 1,20, assez encombrante par conséquent qu'on ne peut transporter en dehors du bureau, qui ne peut servir qu'au calcul des terrassements et dont le prix est assez élevé si on construit l'équerre, les coulisses et les échelles en métal.

L'appareil que nous proposons (fig. 3 et 4, pl. 125), se compose d'une simple réglette que l'on adapte à la règle logarithmique courante (fig. 1), servant à tous les calculs du bureau ainsi qu'aux études sur le terrain (tachéomètre, fig. 2); on peut même l'appliquer à la règle Lenoir.

Il est toujours prêt quel que soit le type de la plate-forme, ou le talus choisi — il s'applique aux profils spéciaux — enfin on peut l'emporter sur le terrain où son emploi permettra d'éviter des tâtonnements souvent très longs dans le choix du tracé.

§ 5. — APPROXIMATION OBTENUE

Il y a lieu d'examiner si l'erreur commise rentre dans la limite de la tolérance que comporte ce genre de calcul.

Nous admettrons, comme presque tous les auteurs, que l'erreur relative pour une règle de 0,40 de longueur ne dépasse pas $\frac{1}{300}$, la pratique montre que c'est là une limite au-dessous de laquelle on se tient généralement, la moyenne des erreurs ne dépassant guère $\frac{1}{500}$.

En admettant la valeur de $\frac{1}{300}$, au lieu de la surface exacte S nous aurons lu une surface S' et nous aurons;

$$S' = S \left(1 \pm \frac{1}{300} \right) = \frac{H^2}{t-p} \times 0,5 \left(1 \pm \frac{1}{300} \right) \quad (1)$$

à cette surface S' correspondra une hauteur H' telle que

$$\frac{H'^2}{t-p} \times 0,5 = \frac{H^2}{t-p} \times 0,5 \left(1 \pm \frac{1}{300} \right)$$

d'où l'on tire $H'^2 = H^2 \frac{299}{300},$

d'où enfin $H' = H \sqrt{\frac{299}{300}} = 0,9989 H$

C'est-à-dire que l'erreur commise dans la lecture correspond à environ 0,001 H.

Mais on peut supposer que toutes les lectures soient affectées à la fois du maximum d'erreur dans le sens le plus défavorable.

Nous avons alors l'équation

$$S'' = \frac{H^2 \left(1 + \frac{1}{300}\right)}{(t-p) \left(1 - \frac{1}{300}\right)} \times 0,5 \left(1 + \frac{1}{300}\right) = \frac{H''^2}{(t-p)} \times 0,5$$

d'où l'on tire $H''^2 = \frac{301}{299} H^2 (1 + 300) = \frac{903}{897} H^2$

$$H'' = 9,9978 H.$$

L'erreur correspondrait à environ 0,002 H, c'est-à-dire serait double de la précédente.

On voit donc que l'erreur propre à la règle, correspondrait pour une tranchée de 10 mètres à une différence dans la cote rouge de 0^m,01 à 0^m,02 elle est donc bien inférieure aux incertitudes que les inégalités du terrain, pierres, mottes de gazon, sillons de charrue, etc., donnent sur la détermination de la ligne moyenne hypothétique du terrain.

Si d'un profil, on passe à la série des profils constituant une tranchée ou un remblai donné les lectures se feront tantôt par excès, tantôt par défaut, les erreurs oscilleront dans un sens ou dans l'autre sans s'accumuler. Ce que montre d'ailleurs la pratique.

Les personnes qui ont l'expérience des levés de plans à la Stadia, savent que l'on peut avoir toute confiance dans les calculs à la règle, soit pour les cheminements, soit pour les nivellements d'études souvent fort longues, et que les résultats ne s'écartent pas de la limite de tolérance acceptée en topographie.

Nous avons appliqué à une même tranchée les diverses métho-

des de calcul à la règle, les résultats obtenus sont consignés dans le tableau suivant :

	CUBE	DIFF°	ERREUR relative	OBSERVATIONS
Calcul exact	2734,27	»	»	$t = 2$
Mesure graph. sur les profils rapportés	2807,2	+ 73	0.026	Pentes très irrég.
Calcul par la cote sur l'axe	2593 »	— 141	0.052	brisées sur l'axe
— par la méthode des profils entiers	2827 »	+ 93	0.033	En moyenne de
— par la méthode des demi-profils.	2742 »	+ 8	0.003	0.300 p. m.

L'erreur commise en adoptant la méthode des demi-profils est donc absolument négligeable en pratique. L'approximation par la méthode des profils entiers est suffisante dans un avant-projet, mais comme les pentes étaient très irrégulières et brisées, cette méthode dans ce cas particulier ne donne que des résultats peu approchés.

Comme conclusion de ce qui précède, on peut adopter les règles pratiques suivantes :

Calcul des terrassements en matière d'avant-projet.

1° Si les pentes sont régulières, plus petites que 0,05 pour les talus inférieurs à l'unité, et plus faibles que 0,1 pour les talus supérieurs à l'unité, on peut se dispenser, soit de la mesure, soit du calcul des pentes et opérer par la méthode de la cote sur l'axe ;

2° Si les pentes sont régulières et dépassent la limite indiquée on peut opérer par la méthode des profils entiers ou pentes moyennes.

3° Si les pentes sont très fortes et très irrégulières, il faut avoir recours à la méthode des demi-profils.

Métrés définitifs.

On peut en toute sécurité pour les métrés les plus exacts, même pour les réglemens définitifs avoir recours à la méthode des demi-profils, tant que l'on admet qu'à partir de l'axe, la pente du terrain est en ligne droite. — Mais si l'on opère à flanc d'un coteau très abrupt où les ruptures de pentes ne tombent pas sur

l'axe, il sera prudent de rapporter les profils et d'opérer par une décomposition de triangles, surtout si le prix unitaire est élevé.

§ 6. — APPLICATION NUMÉRIQUE. — DISPOSITION DES CALCULS

Pour éviter les tâtonnements auxquels donne lieu l'application d'une méthode nouvelle, nous avons indiqué, sous forme d'une application numérique la disposition des imprimés et des calculs que la pratique nous a fait considérer comme la plus avantageuse.

Le profil en long (fig. 8 Pl. 126) est le modèle courant sur lequel il n'est pas nécessaire d'inscrire aucune des indications spéciales que nous y avons cependant indiquées pour faire mieux ressortir la concordance du profil avec les imprimés.

Sur les profils en travers types fig. 9 on a indiqué le calcul

$$\text{des constantes } at, \quad \frac{a^2 t}{2}, \quad \sqrt{1 + t^2}.$$

Les imprimés sont établis pour le calcul par la méthode des *demi-profils*. — Ils peuvent servir pour les deux autres méthodes des *profils entiers* et de la *cote sur l'axe*, en ce cas un certain nombre de colonnes devient inutile. On a vu d'ailleurs que les trois modes de calcul peuvent être employés dans un même projet.

Ils sont disposés pour recevoir tous les éléments des calculs; en conservant leur trace, on évite de nombreuses chances d'erreurs, en même temps que l'on facilite la vérification.

Le calcul des emprises et celui des cubes se faisant au moyen des mêmes données, il nous a paru utile de les réunir sur un même imprimé pour éviter d'avoir à les inscrire deux fois. Les surfaces de talus se déduisant des surfaces d'emprise, il est naturel de placer les colonnes servant à ces calculs à la suite de celles des emprises. Le modèle que nous avons fait construire nous a paru concilier à la fois la clarté avec une grande rapidité dans le travail.

PRÉPARATION DES CALCULS

Données du profil en long. — On inscrit d'abord les numéros des profils avec les cotes rouges tels qu'ils figurent sur le profil

en long, en séparant les groupes de profils correspondant à chaque remblai ou déblai par un intervalle.

On inscrit dans la colonne 10 les distances entre les profils, en considérant les points de passage comme des profils spéciaux à cote rouge nulle, dont la distance a dû être calculée à l'avance (page 6).

Pentes. — On inscrit ensuite dans les col. 11 et 12 les pentes déterminées soit par les profils en travers, soit mesurées directement sur le plan au moyen de l'échelle spéciale (fig. 7, Pl. 126).

On complète la préparation de ces calculs en inscrivant dans la colonne d'observations, en tête de chaque série de tranchées ou remblais le mode de calcul à appliquer suivant le degré d'approximation nécessaire, ainsi que la valeur des

constantes t , at , $\frac{a^2 t}{2}$, $\sqrt{1+t^2}$ qui leur convient d'après la nature géologique du terrain.

La feuille ainsi préparée peut être confiée à un autre groupe de calculateurs, ce qui permet d'accélérer le travail dans une très large mesure.

Pour éviter les confusions, il est bon d'écrire à l'encre rouge les calculs auxiliaires que nous avons indiqués en caractères gras sur le modèle.

Cubes. — Il devient alors possible de calculer les cubes au moyen des formules établies nos 14 et 16 (pages 169 et 170).

S'il y a lieu de tenir compte des profils mixtes, il sera prudent de les indiquer à l'avance au moyen d'un signe conventionnel. (Pm.)

Une fois le cube de chaque tranchée ou de chaque remblai obtenu, on en déduira le volume du prisme ayant pour base le triangle auxiliaire de surface $s' = \frac{a^2 t}{2}$.

Mouvement des terres. — Ces calculs se font au moyen des volumes correspondant à chaque profil, suivant les méthodes en usage dans chaque compagnie. — Nous reproduisons pour éviter les recherches, les en-têtes adoptés par l'administration des Ponts et Chaussées.

Emprises. — On emploie les formules nos 6, 10 et 13 pour les largeurs et nos 15 et 17 pour les surfaces (pages 163, 166, 168, 169 et 170).

On se rappellera que les distances applicables aux emprises (colonne 18), sont doublées des distances correspondantes aux cubes (colonne 9, tableau n° 1). On obtient ainsi une surface ΣE .

Francs bords. — A cette surface ΣE qui représente l'emprise limitée par les arêtes extérieures des talus il faut ajouter la surface correspondant aux francs bords.

On établit cette surface séparément pour chaque tranchée ou remblai en multipliant $\Sigma d'$ somme des distances applicables, par la somme des largeurs ($2 + 2 = 4$, dans l'exemple choisi) des francs bords de chaque côté de l'axe, et on l'ajoute à la surface ΣE obtenue précédemment, en faisant ressortir le total dans la colonne des surfaces définitives.

Pour l'établissement du parcellaire, on ajoute la largeur du franc bord à la largeur d'emprise et on inscrit le résultat à l'encre rouge dans la même colonne et immédiatement au-dessous de la largeur l obtenue par les formules; pour ne pas compliquer le tableau, nous ne les avons pas inscrites.

Surface des talus. — Nous avons vu que l'on obtient cette surface en retranchant de ΣE la surface de la plate-forme $2 a \Sigma d'$ et qu'on multipliait le résultat par $\sqrt{1 + t^2}$.

Pour conserver la trace des opérations, les calculs se préparent dans la colonne d'observation, et dans la colonne *auxiliaire* (n° 25). On inscrit le résultat final dans la colonne *définitive* (n° 26).

CHAPITRE VII

Description et usage de la règle à calcul.

§ 1^{er}. — ÉCHELLES ALGÈBRIQUES. — CALCUL DES PETITS ANGLES

Corps de la règle. — Nous avons choisi pour la règle une longueur de 0,40 consacrée par un long usage des études au tachéomètre, l'instrument est maniable sans être encombrant, l'œil embrasse facilement toute sa longueur, l'unité de l'échelle (0^m,20) est suffisante pour que la lecture soit facile, et l'approximation dont on a besoin soit obtenue.

Nous avons adopté la disposition générale de la règle Lenoir modifiée par Mannheim, qui se trouve dans toutes les mains comme convenant parfaitement à tous les calculs, en modifiant seulement ses dispositions accessoires.

La règle porte à son bord supérieur une échelle (n) des nombres répétée deux fois, calculée avec une caractéristique égale à 0,20.

Sur son bord inférieur elle porte une échelle des racines carrées ($\sqrt[n]{n}$) calculée avec une caractéristique double.

Nous avons adopté un curseur évidé qui au moyen de repères convenablement placés nous a permis de tracer trois échelles sur certaines réglettes et de profiter des faces latérales de la réglette taillées en biseau pour y tracer deux échelles.

L'échelle du biseau supérieur de 0,40 de longueur divisée en parties égales ($\log n$) donne les logarithmes des nombres lus sur l'échelle $\sqrt[n]{n}$.

L'échelle inférieure du biseau est une échelle des racines cubiques $\sqrt[3]{n}$.

La (fig. 1. Pl. 125) donne toutes les échelles rabattues en vraie grandeur sur le plan de la face supérieure. Les (fig. 5 et 6) représentent la coupe et la projection de la règle avec le curseur.

La règle est accompagnée de deux réglettes pouvant se substi-

tuer l'une à l'autre. Nous ne parlerons pas ici de la règlette n° 2 décrite page 186 et suivantes,

Règlette n° 1 face supérieure. — Cette échelle (fig. 1) reproduction de la règlette Mannheim, est destinée aux calculs algébriques; elle porte sur son rebord supérieur une échelle n des nombres, sur son rebord inférieur une échelle des $\sqrt[3]{n}$.

Calcul des petits angles. — Sur l'échelle des nombres on a tracé trois logarithmes constants;

le premier marqué " correspond au $\log 206,265 = \log \frac{1}{\text{arc } 1''}$

le second — ' — $\log 3,438 = \log \frac{1}{\text{arc } 1'}$

le troisième — G — $\log 63,662 = \log \frac{1}{\text{arc } 1^g}$

Comme pour les petits angles on peut admettre que les sinus et les tangentes sont proportionnels aux arcs, ces logarithmes permettront de faire les calculs des expressions trigonométriques tant que les angles ne dépasseront pas 3 à 4 grades ou degrés.

Nous donnons Tableau II colonne 1, les caractéristiques correspondant aux petits arcs.

Nous croyons inutile de reprendre la théorie des diverses opérations qu'on trouve dans tous les traités spéciaux, nous nous bornerons à indiquer les applications nouvelles que permet de faire l'échelle des $\sqrt[3]{n}$. (page 208).

Echelle des $\sqrt[3]{n}$. — Cette échelle a une caractéristique triple de celle des nombres n soit 0^m,60 et comme la règle n'a que 0^m,40, on a dû replier le dernier tiers de cette échelle. Pour faciliter les calculs, on a reproduit à la suite le premier tiers de l'échelle. Cette disposition loin d'être incommode facilite le calcul mental des caractéristiques.

En effet selon que le cube sera lu dans la première, la seconde ou la troisième partie de la règle, C étant la caractéristique du log. du cube et c celle du log. du nombre on aura respectivement

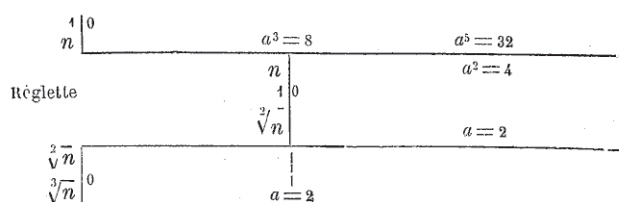
$$C = 3c \qquad C = 3c + 1 \qquad C = 3c + 2$$

Suivant le caractère de divisibilité de c , on saura immédiatement dans quelle partie on devra lire le nombre.

L'échelle donne par une simple lecture les cubes ou les racines cubiques, elle permet aussi de calculer par un seul mouvement de la règle les puissances 5^e et 6^e ainsi que les racines de cet indice.

Puissances et racines cinquièmes. — On a $\log a^5 = \log a^3 + \log a^2$.
Le diagramme suivant indique l'opération :

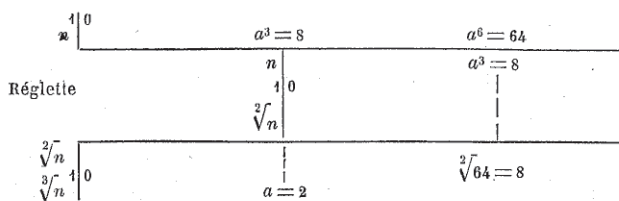
Fig. 24.



Réciproquement pour trouver a connaissant a^5 , il faut amener au-dessous de a^5 lu sur l'échelle n des nombres de la règle, un nombre a lu sur l'échelle des $\sqrt[5]{n}$ de la règle qui reproduise ce même nombre a lu sur l'échelle des $\sqrt{n}$ au-dessous de l'indicateur, c'est comme on le voit une opération identique à celle de l'extraction des racines cubiques sur la règle Mannheim. Mais il convient de dire que l'extraction de la racine cinquième se fait plus rapidement au moyen de l'échelle des logarithmes.

Puissances et racines sixièmes. — On a $\log a^6 = \log a^3 + \log a^3$.
Le diagramme suivant indique l'opération.

Fig. 25.



Réciproquement pour trouver a connaissant a^6 on pose $\log a^3 = \frac{1}{2} \log a^6$, on obtient donc directement a^3 en extrayant la racine carrée de a^6 . En amenant ce chiffre a^3 lu sur l'échelle n de la règle au-dessous de a^6 , on trouve a au-dessous de l'indicateur de la règle, l'opération est très rapide.

§ 2. — ÉCHELLES TRIGONOMÉTRIQUES ET TOPOGRAPHIQUES

Echelles trigonométriques. — La disposition du curseur nous a permis de réunir sur une seule face les échelles des sinus, et tangentes, placées sur les bords supérieur et inférieur de la règle et au milieu les échelles des sinus carrés et des corrections de nivellement, tracées sur le milieu de la règle.

Cette disposition permet de résoudre successivement, sans changer la règle, les formules dans lesquelles se trouvent des sinus et des tangentes.

Les échelles médianes sont reportées à droite de 12^{m/m}, distance entre les repères correspondants du curseur.

Echelles des sinus et tangentes. — Ces échelles correspondent à la division centésimale qui se généralise de plus en plus parce qu'elle abrège les calculs en évitant de nombreuses chances d'erreurs.

La règle n'ayant que deux unités de longueur, les échelles ont été établies entre les limites des valeurs des logarithmes comprises entre 2 et 0, qui correspondent ;

pour les sinus aux arcs compris entre 0°,63763 et 100°,

— tangentes — — 0,63760 et 50.

Petits arcs. — Pour les petits arcs moindres que 0,6376 on sait que ces lignes sont à peu près portionnelles aux arcs. Il suffira donc de multiplier l'arc par 10 ou 100 de manière à obtenir un arc compris dans l'échelle et de diviser le résultat obtenu par le même nombre 10 ou 100, pour avoir la valeur correspondant à l'arc donné.

Numération. — Pour les tangentes, l'échelle porte deux numérations, l'une de gauche à droite va de 0,637 à 50°, la seconde va de 50° à 99°,363, de sorte que les arcs inscrits sur la même division sont complémentaires, ce qui permet de trouver sans tenir compte des signes les tangentes et cotangentes de tous les arcs de la circonférence en changeant seulement le chiffre des centaines par les formules connues.

$$\text{Tg } \alpha = \text{Tg } (\alpha \pm k 200) \quad \cot \alpha = \text{Tg } [\alpha \pm (2k + 1) 100].$$

BULL.

62

Pour les sinus l'échelle porte également deux numérations, l'une allant de gauche à droite correspondant au premier quadrant, une autre allant de droite à gauche correspondant au deuxième quadrant. *Les arcs inscrits sur la même division sont donc supplémentaires*; ce qui permet également de trouver la valeur des sinus et cosinus de tous les arcs de la circonférence en changeant le chiffre des centaines au moyens des formules fondamentales.

$$\sin \alpha = \sin (\alpha \pm k \ 200) \qquad \cos \alpha = \sin [\alpha \pm (2k + 1) \ 100]$$

Réduction des deux divisions du cercle. — Les dispositions précédentes sont celles adoptées par M. Porro et reproduites par M. Moinot, nous avons cru devoir y ajouter deux logarithmes constants servant à transformer les deux divisions sexagésimale et centésimale l'une dans l'autre.

Si α' exprime la valeur d'un arc sexagésimal réduit en ', et a^G la valeur du même arc suivant la division centésimale on a,

$$\frac{\alpha'}{5.400'} = \frac{a^G}{100} \qquad \text{d'où } a^G = \alpha' \frac{1}{54}$$

le logarithme constant $\frac{1}{54}$, caractéristique $\bar{2}$, est marqué *

Si l'arc α'' est exprimé en secondes sexagésimales on a :

$$\frac{\alpha''}{324.000''} = \frac{a^G}{100} \qquad \text{d'où } a^G = \alpha'' \times \frac{1}{3.240}$$

le logarithme constant $\frac{1}{3.240}$, caractéristique $\bar{5}$, est marqué **.

Avec ces échelles on peut donc faire les calculs de la forme $a \sin \alpha$ au moyen de deux mouvements de la règlette, si α est exprimé en minutes ou secondes.

Echelle inverse des sinus carrés. — Elle sert pour la réduction des distances à l'horizon dans les opérations à la stadia, qui est donnée par la formule :

$$d = g \sin^2 V = \frac{g}{\frac{1}{\sin^2 V}} = \frac{g}{i}$$

On a adopté cette forme pour pouvoir trouver d'un seul mouvement de la règlette les valeurs

$$d = \frac{g}{i} \qquad \text{et } h = d \cot V = \frac{g}{i} \cot V$$

En établissant cette nouvelle règle il convenait d'examiner s'il n'y avait pas lieu d'adopter le modèle de M. Wild, professeur à Zurich, exclusivement employé en Suisse pour les calculs topographiques, qu'on a beaucoup préconisé dans ces derniers temps (Mémoire de M. Meyer, Société des Ingénieurs Civils 1884, II.)

En adoptant les angles zénithaux, suivant l'usage français, qui ont l'énorme avantage d'éviter l'emploi des signes, les formules de M. Wild deviennent

$$d = g \sin^2 V \text{ et } h = d \cot V$$

$$\text{d'où l'on tire} \quad h = g \sin^2 V \cot V = g \sin V \cot V = g \frac{\sin 2V}{2}$$

En remplaçant l'échelle des tangentes par l'échelle des valeurs $\frac{\sin 2V}{2}$ on trouve il est vrai directement la valeur de h , mais elle ne dispense pas de l'emploi de l'échelle des $\sin^2$ pour obtenir la valeur de d , dans la règle suisse, cette échelle est tracée sur le curseur.

Ainsi loin de gagner en rapidité sur la disposition de M. Moinot, cette méthode est un peu plus longue, elle offre en outre l'inconvénient capital d'exiger une échelle qui ne peut guère servir que pour cet usage, tandis que les échelles des tangentes et sinus sont utilisées pour le calcul de toutes les formules trigonométriques usuelles.

Il est donc avantageux de maintenir les échelles ordinaires.

Echelle des corrections de nivellement. — On sait que pour tenir compte de la réfraction, et de la sphéricité de la terre, le niveau apparent doit être corrigé d'une quantité fonction de la distance donné par la formule

$$x = \frac{d^2}{2R} - 0,0653 \frac{d^2}{R} = 0,4347 \frac{d^2}{R} = d^2 : 1464$$

dans laquelle on a :

d Distance du niveau à l'objet visé.

R Rayon terrestre égal à 6,366,000^m.

0,0653 Coefficient moyen de réfraction d'après les plus récentes déterminations.

L'échelle donne la valeur de la correction correspondant à la distance lue d sur l'échelle n des nombres pour les distances variant de 1,000 à 10,000^m.

Pour les distances comprises entre 100 et 1,000 m, il faut diviser le nombre trouvé par 100, et pour les distances comprises entre 10,000 et 100,000 il faut au contraire multiplier la correction par 100.

§ 3. — PRINCIPALES FORMULES ALGÈBRIQUES CALCULABLES D'UN SEUL MOUVEMENT DE LA RÉGLETTE

Nous avons réuni dans le tableau ci-dessous les principales formules algébriques calculables d'un seul mouvement de la réglette pour montrer le parti que l'on peut tirer de l'échelle des racines cubiques.

On a désigné par les lettres a, b, c les valeurs numériques entrant dans les formules.

Lorsque par une position unique de la réglette, on peut obtenir toutes les valeurs de la formule correspondant aux diverses valeurs d'une variable, cette variable est désignée par x .

Lorsque la formule ne contient pas x , on est obligé de changer la réglette de place pour chaque valeur de la variable.

GRUPE A. — *Les résultats se lisent sur une des échelles n de la règle ou de la réglette.*

m et n représentent les combinaisons possibles des exposants 1, 2 et 3.

$$y = a^m x^n \quad y = \frac{x^m}{b^n} \quad y = \frac{a^m}{b^n} x^m$$

$$y = a^3 c^3 \quad y = \frac{a^3}{b^3} c^3.$$

Ces deux dernières formules exigent un mouvement supplémentaire du curseur.

Extraction des racines carrées et cubiques des valeurs précédentes de y .

$$y' = \sqrt[3]{y} \quad y'' = \sqrt{y}.$$

GRUPE B. — *Les résultats se lisent sur une des échelles $\sqrt[n]{n}$ de la règle ou de la réglette.*

p et q représentent toutes les combinaisons possibles des exposants 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$.

$$y = x^{\frac{2}{3}} \quad y = ax^{\frac{2}{3}} \quad y = \frac{x^{\frac{2}{3}}}{b^p} \quad y = \frac{a^p}{b^q} x^{\frac{2}{3}}$$

Extractions des racines cubiques des valeurs précédentes de y .

$$y' = \sqrt[3]{y}$$

GRUPE C. — *Les résultats se lisent sur l'échelle des $\sqrt[3]{n}$.*

p et q représentent toutes les combinaisons possibles des exposants 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$.

Avec un mouvement supplémentaire du curseur, r peut représenter un des exposants 1, 2, 3, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{2}$.

$$y = (ax)^{\frac{2}{3}} \quad y = \left(\frac{a^p}{b^q} x\right)^{\frac{2}{3}} \quad y = \left(\frac{a^p}{b^q} c^r\right)^{\frac{2}{3}}$$

GRUPE D. — *La règle est renversée. — Les résultats se lisent au moyen du curseur.*

$$y = \frac{a^m c^n}{x} \quad y = \frac{a^m c^n}{x^2} \quad y = \frac{a^m c^n}{x^3}$$

Il serait possible de multiplier à l'infini les formules en combinant les mouvements de la règle et du curseur ; les exemples qui précèdent indiquant les calculs possibles avec un seul mouvement, chacun imaginera facilement ce qu'il conviendra de faire dans chaque cas particulier, lorsqu'on devra les multiplier.

Nous croyons utile de rappeler les quelques principes extrêmement simples auxquels on peut ramener les calculs à la règle, pour éviter de recourir aux traités spéciaux où ils se trouvent noyés dans trop de détails.

GRUPE A. — *Exposants du premier degré.* Si on ne tient pas compte des exposants les formules du tableau peuvent toutes se

mettre sous une des trois formes suivantes ac $\frac{a}{b}$ $\frac{ac}{b}$.

Les calculs peuvent s'effectuer : 1° au moyen des diagrammes

1 et 2 où le numérateur se lit sur la règle et le dénominateur sur la réglette, ce sont les plus usités.

DIAGRAMME N° 1

Fig. 26.

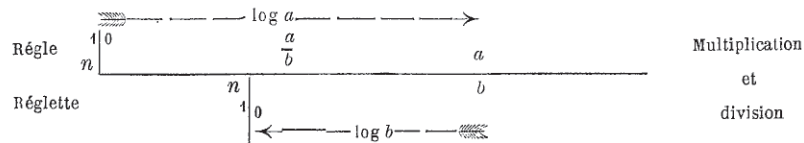
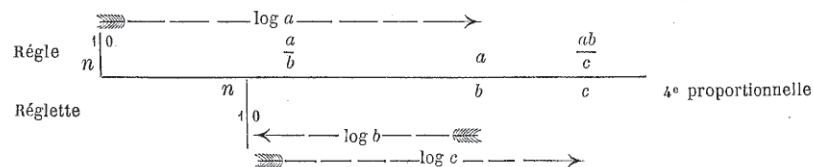


DIAGRAMME N° 2 (Fig. 27.)



2° — au moyen des diagrammes 3 et 4 où le numérateur et le dénominateur se lisent à la fois sur la règle.

DIAGRAMME N° 3 (Fig. 28.)

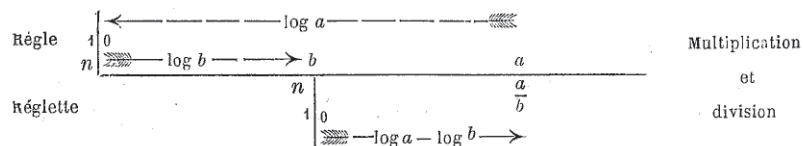
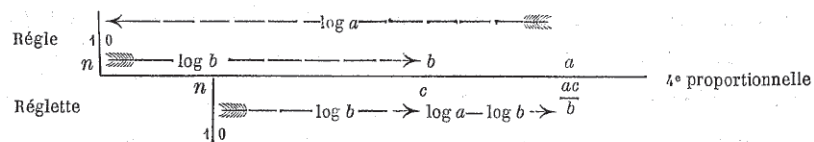


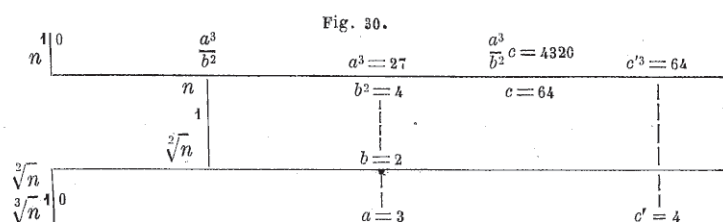
DIAGRAMME N° 4 (Fig. 29.)



Les facteurs sont du 2^e ou 3^e degré. — Si une ou plusieurs des quantités a b c sont affectées des exposants 2 et 3 on ramène l'expression algébrique à l'expression numérique équivalente en remplaçant les termes affectés d'un exposant lus sur l'échelle des $\sqrt{\quad}$ cor-

respondants, par leurs valeurs numériques lues au moyen du curseur sur l'une des échelles n de la règle ou de la réglette. Quelques exemples feront comprendre ce qui précède.

I. — Soit à calculer $\frac{a^3}{b^2} c = \frac{3^3}{2^2} \times 64$.



Le facteur $a = 3$ étant lu sur l'échelle des $\sqrt[n]{n}$, on lit $a^3 = 27$ sur l'échelle n de la règle au moyen du curseur.

Le facteur $b = 2$ lu sur l'échelle $\sqrt[n]{n}$ de la réglette, est amené au-dessous de a^3 , le nombre $b^2 = 4$ est alors en coïncidence avec $a^3 = 27$. — Le quotient $\frac{a^3}{b^2}$ se trouve au-dessus de l'indicateur

de la réglette, et le produit $\frac{a^3}{b^2} c = 4.320$ se trouve au-dessus du facteur c lu sur l'échelle n de la réglette.

II. — Soit à calculer $\frac{a^3}{b^2} c^3 = \frac{3^3}{2^2} 4^3$.

Comme il n'y a pas d'échelle de $\sqrt[n]{n}$ mobile, on ne peut faire l'opération directement, on est obligé d'y suppléer au moyen d'une manœuvre supplémentaire du curseur, $\frac{a^3}{b^2}$ est déterminé comme tout à l'heure, et la réglette étant en position on lit au moyen du curseur la valeur $4^3 = 64$ sur l'échelle n de la réglette. Cette valeur étant reportée sur l'échelle n de la règle on retombe sur le cas précédent, et on lit comme tout à l'heure le résultat 4320 au-dessus de 64.

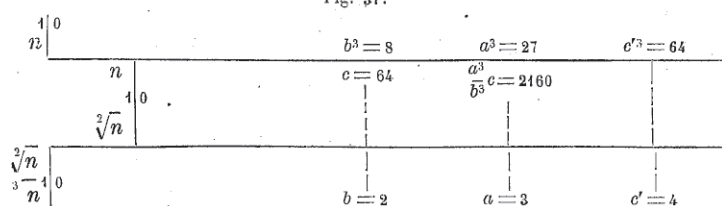
III. — Si l'exposant 3 se trouve en dénominateur, on peut opérer comme au II par un mouvement supplémentaire du curseur, mais on l'évite en se servant des diagrammes (3) et (4) qui en ce cas permettent d'opérer plus rapidement avec moins de chance d'erreur.

Soit $\frac{a^3}{b^3}$. On amène l'indicateur de la règle au-dessous de la valeur b^3 du dénominateur lue au moyen du curseur sur l'échelle n de la règle, le quotient $\frac{a^3}{b^3}$ se lit sur la règle au-dessous de la valeur a^3 lue sur l'échelle n de la règle.

IV. — Soit à calculer $\frac{a^3}{b^3} c = \frac{3^3}{2^3} 64 = 2160$. (Diagramme n° 4).
et fig — .

Le dénominateur b^3 lu au moyen du curseur sur l'échelle n de la règle, on amène au-dessous le nombre c lu sur l'échelle n de la règle, le résultat 2160 se trouve au-dessous de la valeur de $a^3 = 27$.

Fig. 34.



V. — Soit à calculer $\frac{a^3}{b^3} c^3 = \frac{3^3}{2^3} 4^3 = 2160$. (Diagramme n° 4 et fig. 34.)

Par suite de l'absence d'échelle de $\sqrt[3]{n}$ mobile, nous sommes comme au II obligés d'avoir recours à une manœuvre supplémentaire du curseur, on détermine la valeur de $c^3 = 64$ et on retombe sur le cas précédent.

Racines carrées ou cubiques des expressions précédentes. — Une fois la valeur numérique de l'expression trouvée sur l'une des deux échelles supérieures, on extraira la racine demandée.

Si l'on a à extraire la racine cubique il faudra nécessairement lire la valeur sur l'échelle n de la règle.

On aura soin de tenir compte du caractère de divisibilité de la caractéristique pour déterminer la partie de la règle où il faut lire le nombre dont on a la racine à extraire.

Si on a une expression à calculer dans laquelle un ou plusieurs facteurs sont en dehors du radical, il sera plus commode de les y faire rentrer comme dans le cas suivant :

$$y = a \sqrt[3]{\frac{x}{b}} = \sqrt[3]{\frac{a^3}{b}} x.$$

On calcule $\frac{a^3x}{b}$ comme il a été dit, et on extrait ensuite la $\sqrt[3]{}$.

GRUPE B. — La valeur y lue sur l'échelle des $\sqrt[2]{n}$ est égale à la valeur x correspondante sur l'échelle des $\sqrt[3]{n}$ élevé à la puissance $\frac{3}{2}$; c'est donc de l'échelle des $\sqrt[3]{n}$ qu'on devra se servir pour le calcul des expressions affectées de cet exposant.

Pour effectuer les calculs, on opérera comme précédemment sur les valeurs numériques des quantités affectées d'un exposant, lues sur l'échelle des $\sqrt[3]{n}$, au moyen du curseur.

On peut extraire les $\sqrt[3]{}$ de ces expressions.

En élevant au carré ces formules, on retombe sur celles du groupe A, mais il est *presque toujours* plus rapide d'opérer directement comme il vient d'être dit.

GRUPE C. — La valeur x lue sur l'échelle des $\sqrt[3]{n}$ est égale à la valeur y correspondant sur l'échelle des $\sqrt[2]{n}$ élevée à la puissance $\frac{2}{3}$; c'est donc de l'échelle des $\sqrt[3]{n}$ qu'on devra se servir pour le calcul des expressions affectées de cet exposant.

L'absence d'une échelle mobile de $\sqrt[3]{n}$, limite le nombre d'expressions de cette forme que l'on peut calculer, à l'extraction des $\sqrt[3]{}$ des expressions calculées au moyen des échelles $\sqrt[3]{n}$.

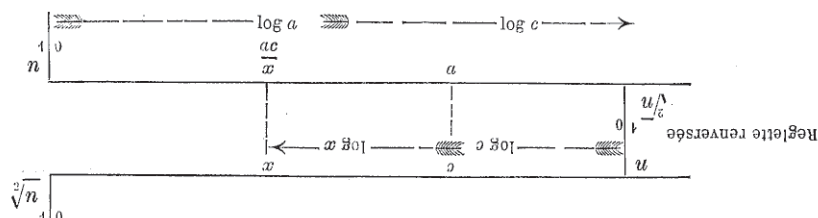
Comme pour le groupe précédent, on pourrait en élevant ces expressions à la puissance 3 et à la puissance 2, les ramener à l'une des formes du groupe A, mais *généralement* le calcul direct sera plus simple et plus rapide.

GRUPE D. — Lorsque la variable est en dénominateur, on peut calculer l'expression au moyen d'un des diagrammes (1) à (4) mais il faut déplacer la réglette pour chacune des valeurs de la variable.

En renversant la réglette, on peut obtenir au moyen d'une seule position toutes les valeurs de l'expression correspondant aux diverses valeurs de la variable.

Le diagramme suivant n° 5 indique l'opération à effectuer.

DIAGRAMME N° 5 F. (Fig. 32)



Si dans les formules du tableau on a $c^n = c^3$, il faudra recourir à un mouvement supplémentaire du curseur de même que pour le calcul de la formule $y = \frac{a^n c^n}{x^3}$ en opérant comme à l'exemple II.

§ 4. — APPLICATIONS DIVERSES DES ÉCHELLES LOGARITHMIQUES

Dans les traités spéciaux, on cite un grand nombre d'applications que l'on peut faire au moyen d'échelles spéciales, calculs d'intérêt, de change, d'amortissement, statistique, équivalents chimiques, filatures, tarifs de chemins de fer, etc., etc.

En effet lorsqu'on se trouve avoir à répéter un très grand nombre de fois le calcul d'une formule pour lequel on peut se contenter d'une approximation de $\frac{1}{300}$ on a avantage à calculer une échelle spéciale que l'on fait graver sur une réglette que l'on puisse appliquer à la règle d'un modèle donné. Il suffit même souvent de la dessiner sur une bande de papier collée à l'avance sur une des réglottes.

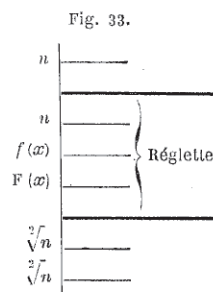
§ 5. — GÉNÉRALISATION DES FORMULES CALCULABLES A LA RÈGLE

La disposition que nous avons donnée à la règle permet d'élargir beaucoup le cadre de ses applications, on voit en effet qu'en traçant sur la réglette trois échelle n $f(x)$ $F(x)$ on peut

calculer d'un seul mouvement les expressions de la forme

$$\frac{a}{b} f(x) \quad \frac{ab}{f(x)} \quad a \frac{f(x)}{F(x)}$$

a et b pouvant être affectés des exposants 2 et 3, et qu'on peut prendre en outre les racines carrées ou cubiques de ces expressions.



Nous devons nous borner à signaler ici le parti qu'il est possible d'en tirer, les développements ne pouvant trouver place dans un mémoire spécial au calcul des terrassements.

§ 6. — MEMENTO, FORMULES ET DIVISEURS POUR FACILITER LES CALCULS A LA RÈGLE

Nous avons profité de l'espace libre dans l'intérieur du couvercle de l'écrin pour y coller un memento analogue à celui de la règle Lenoir, mais plus développé. Nous y avons groupé les formules et les renseignements les plus usuels concernant la géométrie, la mécanique, la topographie, la construction en leur donnant la forme la plus commode pour les calculs à la règle. Il serait facile d'en établir d'analogues pour chacune des branches de l'art de l'Ingénieur.

Pour profiter de tout l'espace disponible, on a abrégé autant qu'on l'a pu les diverses indications. Nous avons reproduit ce memento (tableau n° II) avec les indications complètes pour qu'en cas de doute on puisse s'y référer. Au reste, la pratique aura promptement appris le vrai sens de chacune des abréviations.

NOTE SUR LA DÉTERMINATION DES DISTANCES EN PRENANT POUR BASE UNE MIRE DE HAUTEUR CONSTANTE

Lorsque la distance dépasse 600 mètres les opérations à la stadia deviennent rapidement indécises et cessent d'être possibles au delà de 800 mètres. On a cependant souvent intérêt à pousser jusqu'à 1200 ou 1500 mètres la détermination de certains points

sans déplacer l'instrument. On peut alors prendre comme base la hauteur fixe de la mire que l'on augmente autant que l'on peut au moyen de jalons terminés par un signal très visible. Nous donnons cette formule encore très peu connue, que l'étude de terrains très acciden-

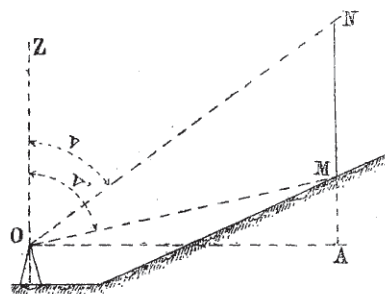


Fig. 34.

tés nous a amenés à chercher.

Soit $MN = h$ la hauteur de mire, en visant successivement de la station O les deux extrémités M et N, on a ;

$$d \cot V = AN$$

$$d \cot V' = AM$$

retranchant membre à membre

$$d(\cot V - \cot V') = AM - AN = h$$

$$\text{d'où } d = \frac{h}{\cot V - \cot V'} = \frac{h}{\frac{\cos V}{\sin V} - \frac{\cos V'}{\sin V'}} = \frac{h \sin V \sin V'}{\sin(V' - V)}$$

Comme V diffère peu de V', quelques minutes seulement, l'erreur sera faible si on remplace $\sin V \sin V'$ par la valeur $\sin^2 \frac{V+V'}{2}$

En posant $V' - V = \delta$ il viendra pour la valeur de d

$$d = \frac{h \sin^2 \frac{V+V'}{2}}{\sin \delta}$$

Mais $\sin^2 \frac{V+V'}{2} > \sin V \sin V'$ la valeur de d sera donc un peu trop forte ; on a reconnu que dans les limites de la pratique en substituant à $\sin \delta$ la valeur un peu plus forte $\text{tg } \delta$ on obtenait une correction satisfaisante. La formule deviendra donc

$$d = \frac{h}{\text{Tg } \delta} \sin^2 \frac{V+V'}{2}$$

que l'on peut calculer d'un seul mouvement de la règle.

